



1 4

第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(1/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

2次方程式の解の存在範囲(5) 一解のとりうる範囲

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5) 一解のとりうる範囲》 学力化 → /

★解法の技術★

$x$  の2次関数  $f(x) = x^2 - 2px - p^2 + 2p - 1$  について、次の問いに答えよ。  
 (1)  $p$  がどのような値をとっても  $f(x) < 0$  となる  $x$  の値の範囲を求めよ。  
 (2) 2次方程式  $f(x) = 0$  の実数解  $x$  のとりうる値の範囲を求めよ。

【考え方】 (1)  $f(x)$  を  $p$  について整理した関数を  $g(p)$  とおくと、

$$g(p) = -p^2 + 2(1-x)p + x^2 - 1$$

ここで、 $p$  どのような値をとっても  $g(p) < 0$  (つまり  $f(x) < 0$ ) となるためには、 $g(p) = 0$  の判別式  $D_1$  が、 $D_1 < 0$  となればよい。

すなわち、判別式は係数についての関係式だから、 $x$  を  $p$  の係数にすれば  $p$  の判別式を作ることで、 $x$  の範囲を調べることができる。

(2) (1) と同様、 $g(p)$  で考える。

$g(p) = 0$  が実数解をもつような実数  $x$  の範囲を考える。

[答 案]

(1) ① (与式を  $p$  についての2次式に変える)

$$f(x) = x^2 - 2px - p^2 + 2p - 1 \text{ を } p \text{ について整理した式を } g(p) \text{ とおくと,}$$

$$g(p) = -p^2 + 2(1-x)p + x^2 - 1$$

② (答えが満たすべき条件を示す)

・ここで、 $p$  がどのような値をとっても、 $f(x) < 0$  となるのは、 $g(p) = 0$  の判別式を  $D_1$  とすると、 $D_1 < 0$  のときである。

◀  $f(x)$  と  $g(p)$  は同じ式

③ ( $x$  の範囲を求める)

$$\begin{aligned} \cdot \frac{D_1}{4} &= (1-x)^2 - (-1) \cdot (x^2 - 1) \\ &= 2x^2 - 2x = 2x(x-1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cdot D_1 < 0 \text{ より, } 2x(x-1) < 0 \\ 0 < x < 1 \end{aligned}$$

よって、求める  $x$  の値の範囲は、 $0 < x < 1$

(2) ① (与式を  $p$  についての2次式に変える)

(1) より、 $g(p) = -p^2 + 2(1-x)p + x^2 - 1$

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 1 4 ( 1 / 5 ) 】 - 〈 2 枚目 / 2 枚 〉

↗ ( 前のページからのつづき )

2 ( 答えが満たすべき条件を示す )

$g(p) = 0$  を満たす実数  $p$  が存在するのは、判別式  $D_1 \geq 0$  のときである。

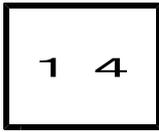
3 (  $x$  の範囲を求める )

したがって、(1) より、

$$2x(x-1) \geq 0$$

$$x \leq 0, \quad 1 \leq x$$

よって、求める実数解  $x$  の値の範囲は、 $x \leq 0, \quad 1 \leq x$



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(2/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)―解のとりうる範囲》 **学力化** → /

★理解のチェック★

$\chi$  の2次関数  $f(\chi) = \chi^2 - 2p\chi - p^2 + 2p - 1$  について、次の問いに答えよ。

- (1)  $p$  がどのような値をとっても  $f(\chi) < 0$  となる  $\chi$  の値の範囲を求めよ。
- (2) 2次方程式  $f(\chi) = 0$  の実数解  $\chi$  のとりうる値の範囲を求めよ。

[答 案]

- (1) **1** (与式を  $p$  についての2次式に変える)

$f(\chi) = \chi^2 - 2p\chi - p^2 + 2p - 1$  を  $p$  について整理した式を  $g(p)$  とおくと、

$g(p) =$  .....

- 2** (答えが満たすべき条件を示す)

・ここで、 $p$  がどのような値をとっても、 $f(\chi) < 0$  となるのは、 $g(p) = 0$  の判別式を  $D_1$  とすると、  
 ..... のときである。

◀  $f(\chi)$  と  $g(p)$  は同じ式

- 3** ( $\chi$  の範囲を求める)

・  $\frac{D_1}{4} =$  .....

よって、求める  $\chi$  の値の範囲は、 .....

- (2) **1** (与式を  $p$  についての2次式に変える)

(1) より、 $g(p) =$  .....

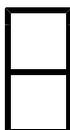
- 2** (答えが満たすべき条件を示す)

$g(p) = 0$  を満たす実数  $p$  が存在するのは、判別式 ..... のときである。

- 3** ( $\chi$  の範囲を求める)

したがって、(1) より、

よって、求める実数解  $\chi$  の値の範囲は、 .....



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(3/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)－解のとりうる範囲》 **学力化** → /

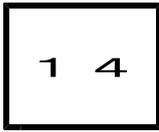
★演習★【1】

$\chi$  の2次方程式  $(a^2 + 1)\chi^2 + (a + 2)\chi - 1 = 0$  の実数解  $\chi$  のとりうる値の範囲を求めよ。ただし、 $a$  は実数とする。

【考え方】 判別式は係数についての関係式だから、 $\chi$  を  $a$  の係数にすれば  $a$  の判別式を作ることで、 $\chi$  の範囲を調べることができる。  
だから、与えられた2次方程式を  $a$  について整理し、その判別式を利用する。

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(4/5) ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)－解のとりうる範囲》 **学力化** → /

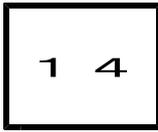
★演習★【2】

$x$  についての2次方程式  $x^2 + 2mx + 4m^2 + 2m = 0$  ( $m$ は実数) がある。

- (1)  $x = 1$  がこの方程式の解となるような定数  $m$  の値を求めよ。
- (2)  $x = 2$  はこの方程式の解となり得ないことを示せ。
- (3) この方程式の実数解のとり得る値の範囲を求めよ。

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用（その3）

（5 / 5） ■ 2次方程式の解の存在範囲(5) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(5)－解のとりうる範囲》 **学力化** → /

★演習★【3】

$x$  についての2次方程式  $x^2 - 2mx - m^2 - 4 = 0$  ( $m$ は実数)がある。

- (1)  $x = 2$ がこの方程式の解となるような定数 $m$ の値を求めよ。
- (2)  $x = -1$ はこの方程式の解となり得ないことを示せ。
- (3) この方程式の実数解のとり得る値の範囲を求めよ。

[答 案]