



1 3

第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(1/4) ■ 2次方程式の解の存在範囲(4) ■

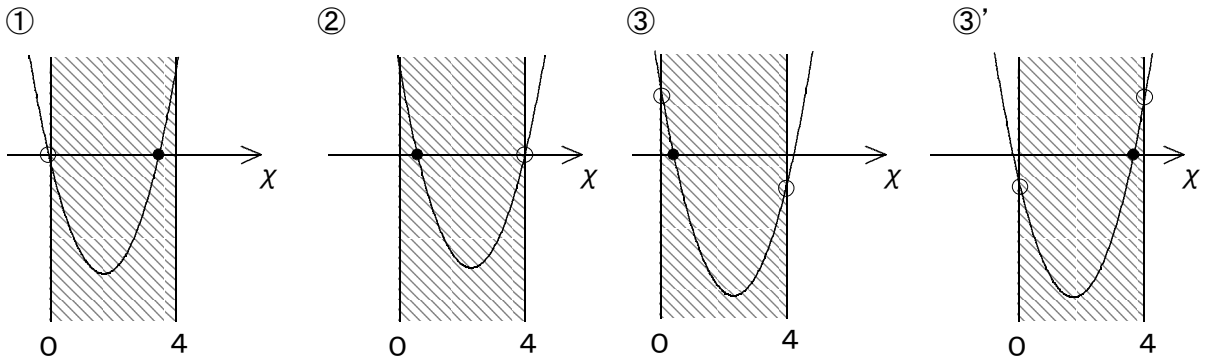
2次方程式の解の存在範囲(4) - 「ただ1つ」の問題

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(4) - 「ただ1つ」の問題》 学力化 → /

★解法の技術★

2次方程式 $x^2 - 2ax + 4a - 9 = 0$ の異なる2つの実数解のうち、ただ1つが $0 < x < 4$ の範囲にあるような定数 a の値の範囲を求めよ。

【考え方】 $0 < x < 4$ の範囲にただ1つの解がある場合とは、次の①～③の場合である。



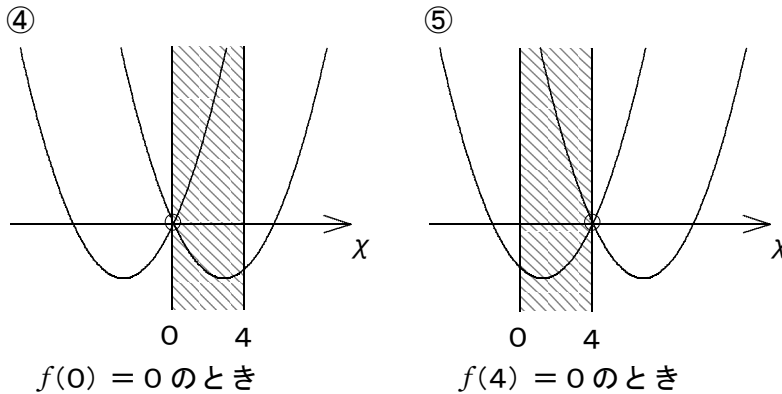
$f(0) = 0$ のとき

$f(4) = 0$ のとき

$f(0) \cdot f(4) < 0$ のとき

$f(0) \cdot f(4) < 0$ のとき

【注】 ①, ②の場合、次のように $0 < x < 4$ の範囲に解がない場合もあることに注意!



[答 案]

○ (問題条件の変更)

$y = f(x) = x^2 - 2ax + 4a - 9$ とおく。

$f(0) = 0^2 - 2a \cdot 0 + 4a - 9 = 4a - 9$

$f(4) = 4^2 - 2a \cdot 4 + 4a - 9 = -4a + 7$

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 1 3 (1 / 4) 】 - 〈 2 枚目 / 2 枚 〉

➔ (前 の ページ から の つづ き)

1 (グラフ が x 軸 と 交 わ る た め の a の 範 囲 を 調 べ る)

(i) ・ $f(0) = 0$ の 時 き , a の 値 は , $4a - 9 = 0$ よ り , $a = \frac{9}{4}$

・ こ の 時 き , $f(x) = 0$ の 解 は ,

$$x^2 - 2 \cdot \frac{9}{4} x + 4 \cdot \frac{9}{4} - 9 = 0$$

$$2x^2 - 9x + 18 - 18 = 0$$

$$2x^2 - 9x = 0$$

$$x(x - 9) = 0 \text{ よ り , } x = 0, \frac{9}{2}$$

・ よ っ て , $f(x) = 0$ は $0 < x < 4$ に 解 を も た な い か ら , ◀【注】④の右のグラフの場合

$$\underline{a = \frac{9}{4} \text{ は 不 適}}$$

(ii) ・ $f(4) = 0$ の 時 き , a の 値 は , $-4a + 7 = 0$ よ り , $a = \frac{7}{4}$

・ こ の 時 き , $f(x) = 0$ の 解 は ,

$$x^2 - 2 \cdot \frac{7}{4} x + 4 \cdot \frac{7}{4} - 9 = 0$$

$$2x^2 - 7x + 14 - 18 = 0$$

$$2x^2 - 7x - 4 = 0$$

$$(2x + 1)(x - 4) = 0 \text{ よ り , } x = -\frac{1}{2}, 4$$

・ よ っ て , $f(x) = 0$ は $0 < x < 4$ に 解 を も た な い か ら , ◀【注】⑤の左のグラフの場合

$$\underline{a = \frac{7}{4} \text{ は 不 適}}$$

(iii) ・ $f(0) \cdot f(4) < 0$ の 時 き , a の 値 は ,

$$(4a - 9)(-4a + 7) < 0$$

$$(4a - 9)(4a - 7) > 0$$

$$\underline{a < \frac{7}{4}, \frac{9}{4} < a}$$

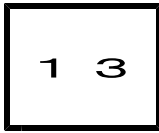
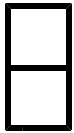
◀ パターン④の利用

◀ 両辺 $\times (-1)$

2 (答 を ま と め る)

(i) , (ii) , (iii) よ り ,

求 め る a の 範 囲 は , $\underline{a < \frac{7}{4}, \frac{9}{4} < a}$



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

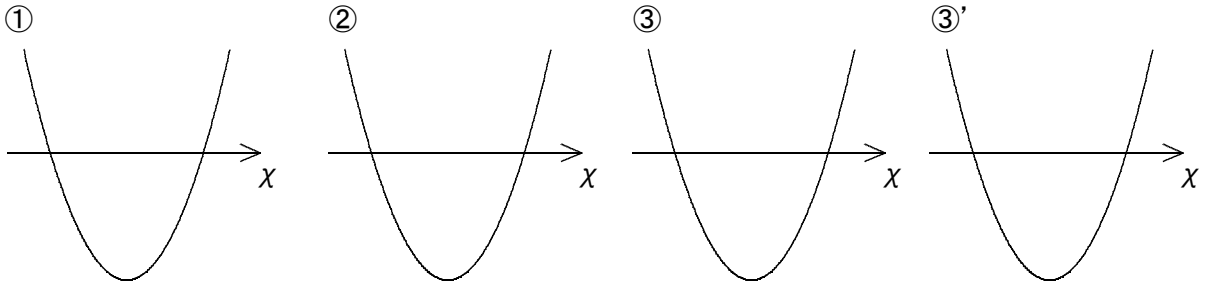
(2/4) ■ 2次方程式の解の存在範囲(4) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(4) - 「ただ1つ」の問題》 **学力化** → /

★理解のチェック★

2次方程式 $x^2 - 2ax + a - 3 = 0$ の異なる2つの実数解のうち、ただ1つが $1 < x < 2$ の範囲にあるような定数 a の値の範囲を求めよ。

【考え方】 $1 < x < 2$ の範囲にただ1つの解がある場合とは、次の①～③の場合である。



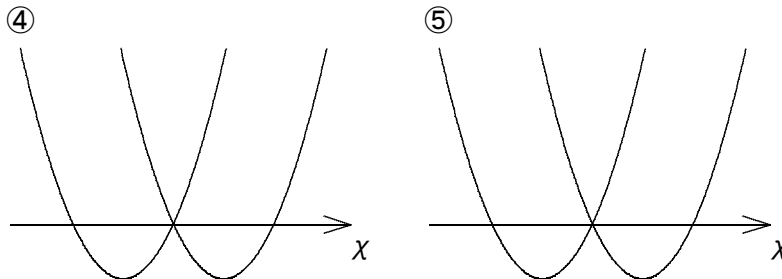
$f(1) = 0$ のとき

$f(2) = 0$ のとき

$f(1) \cdot f(2) < 0$ のとき

$f(1) \cdot f(2) < 0$ のとき

【注】 ①, ②の場合, 次のように $1 < x < 2$ の範囲に解がない場合もあることに注意!



$f(1) = 0$ のとき

$f(2) = 0$ のとき

[答 案]

① (問題条件の変更)

$y = f(x) = x^2 - 2ax + a - 3$ とおく。

$f(1) =$

$f(2) =$

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 1 3 (2 / 4) 】 - 〈 2 枚目 / 2 枚 〉

↗ (前のページからのつづき)

1 (グラフが χ 軸と交わるための a の範囲を調べる)

- (i) ・ $f(1) = 0$ のとき, a の値は,
・ このとき, $f(\chi) = 0$ の解は,

・ よって, $f(\chi) = 0$ は

◀【注】④の左のグラフの場合

- (ii) ・ $f(2) = 0$ のとき, a の値は,
・ このとき, $f(\chi) = 0$ の解は,

・ よって, $f(\chi) = 0$ は

◀【注】⑤の左のグラフの場合

- (iii) ・ $f(1) \cdot f(2) < 0$ のとき, a の値は,

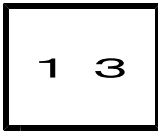
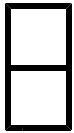
◀パターン④の利用

◀両辺 $\times (-1) \times (-1)$

2 (答をまとめる)

(i), (ii), (iii) より,

求める a の範囲は, _____



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(3/4) ■ 2次方程式の解の存在範囲(4) ■

2次方程式の解の存在範囲(4)－「少なくとも1つ」の問題

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(4)－「すくなくとも1つ」の問題》 **学力化** → / .

★演習★【1】

方程式 $x^2 + (2 - a)x + 4 - 2a = 0$ が $-1 < x < 1$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。

【考え方】 「 $-1 < x < 1$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつ」は、

[A] $-1 < x < 1$ の範囲に「2つの解をもつ」(重解を含む) ◀No.11(3/3)を参照

① $D \geq 0$, ② $-1 < \text{軸} < 1$, ③ $f(-1) > 0$, $f(1) > 0$ の3条件が必要。

[B] $-1 < x < 1$ の範囲に「ただ1つの解をもつ」 ◀No.13(1/4)を参照

(i) $f(-1) = 0$, (ii) $f(1) = 0$, (iii) $f(-1) \cdot f(1) < 0$ の場合分け

のいずれかの場合である。

[答 案]

0 (問題条件の変更)

$y = f(x) = x^2 + (2 - a)x + 4 - 2a$ とおく。

$f(-1) = \dots\dots\dots$

$f(1) = \dots\dots\dots$

[A] $-1 < x < 1$ の範囲に「2つの解をもつ」(重解を含む) 場合:

$y = f(x) =$

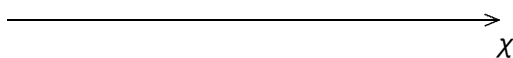
=

◀ 標準形に変形する(平方完成)

よって、軸は直線 $x = \dots\dots\dots$

$f(x) = x^2 + (2 - a)x + 4 - 2a$ のグラフが x 軸の $-1 < x < 1$ の部分で異なる2点で交わる条件は?

- ① D
②
③



(次のページへつづく) ↗

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2次関数と方程式・不等式 No. 13 (3/4) 】 - 〈2枚目/4枚〉

↗ (前のページからのつづき)

① $D =$

②

◀ 軸の範囲について

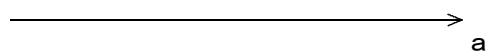
③ $\cdot f(-1) =$

より,

$f(1) =$

より,

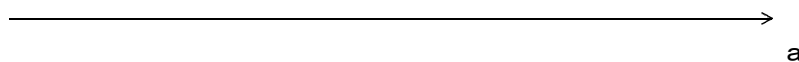
これより,



◀ a の範囲のビジュアル化

よって, _____

①, ②, ③より,



◀ a の範囲のビジュアル化

したがって, _____ … [A] の場合

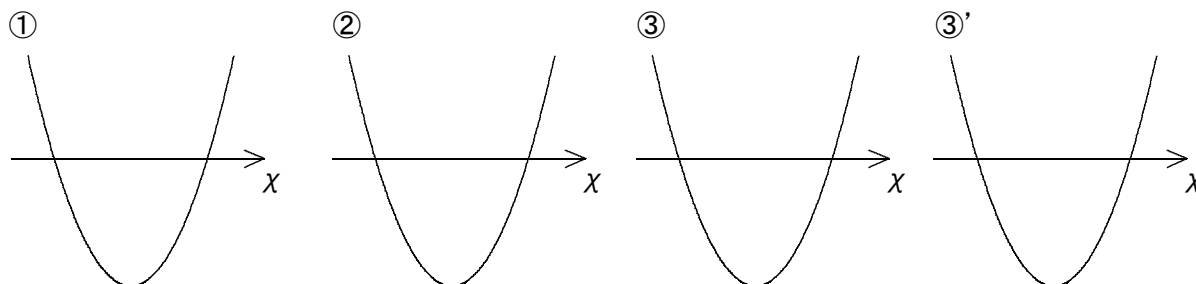
(次のページへつづく) ↗

□ □ 【 2次関数と方程式・不等式 No. 13 (3/4) 】 - 〈3枚目/4枚〉

➤ (前のページからのつづき)

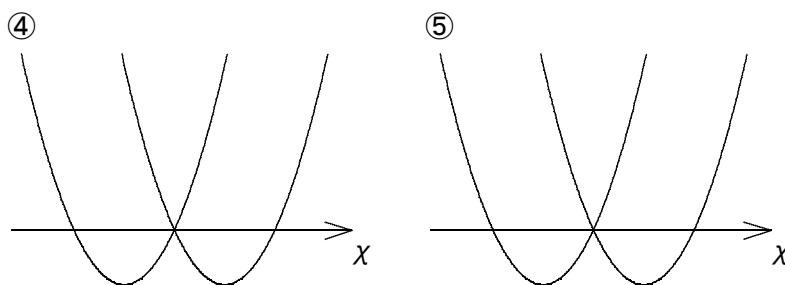
[B] $-1 < x < 1$ の範囲に「ただ1つの解をもつ」場合:

【考え方】 $-1 < x < 1$ の範囲にただ1つの解がある場合とは、次の①~③の場合である。



$f(-1) = 0$ のとき $f(1) = 0$ のとき $f(-1) \cdot f(1) < 0$ のとき $f(-1) \cdot f(1) < 0$ のとき

【注】 ①, ②の場合, 次のように $-1 < x < 1$ の範囲に解がない場合もあることに注意!



$f(-1) = 0$ のとき

$f(1) = 0$ のとき

1 (グラフが x 軸と交わるための a の範囲を調べる)

(i) ・ $f(-1) = 0$ のとき, a の値は,

・ このとき, $f(x) = 0$ の解は,

・ よって, $f(x) = 0$ は

(次のページへつづく) ➤

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 1 3 (3 / 4) 】 - 〈 4 枚目 / 4 枚〉

↗ (前のページからのつづき)

(ii) ・ $f(1) = 0$ のとき, a の値は,

・ このとき, $f(x) = 0$ の解は,

・ よって, $f(x) = 0$ は

(iii) ・ $f(-1) \cdot f(1) < 0$ のとき, a の値は,

◀ パターン④の利用

2 (答をまとめる)

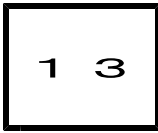
[A] および, [B] の (i), (ii), (iii) より,

_____ → a

◀ a の範囲のビジュアル化

よって, 求める a の範囲は, _____

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第2章 2次関数 3・2次関数と方程式・不等式

3 2次不等式の応用(その3)

(4/4) ■ 2次方程式の解の存在範囲(4) ■

◇ 《2次方程式の解の存在範囲(4) - 「すくなくとも1つ」の問題》 **学力化** → /

★演習★【2】

方程式 $x^2 + (a + 2)x - a + 1 = 0$ が $-2 < x < 0$ の範囲に少なくとも1つの実数解をもつような定数 a の値の範囲を求めよ。 [武庫川女子大]

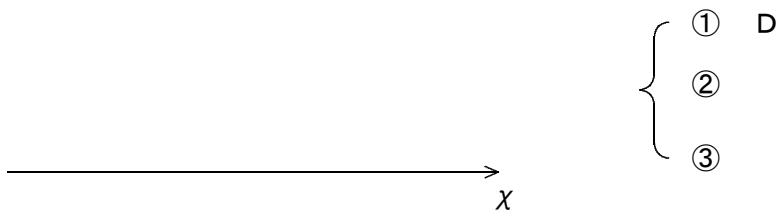
[答 案]

0 (問題条件の変更)

[A] $-2 < x < 0$ の範囲に「2つの解をもつ」(重解を含む) 場合:

◀ 標準形に変形する(平方完成)

$f(x) = x^2 + (a + 2)x - a + 1$ のグラフが x 軸の $-2 < x < 0$ の部分で異なる2点で交わる条件は?



① D =

(次のページへつづく) ↗

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 1 3 (4 / 4) 】 - 〈 2 枚目 / 4 枚〉

↗ (前のページからのつづき)

②

◀ 軸の範囲について

③

◀ a の範囲のビジュアル化

①, ②, ③より,

_____ →
a

◀ a の範囲のビジュアル化

したがって, _____ … [A] の場合

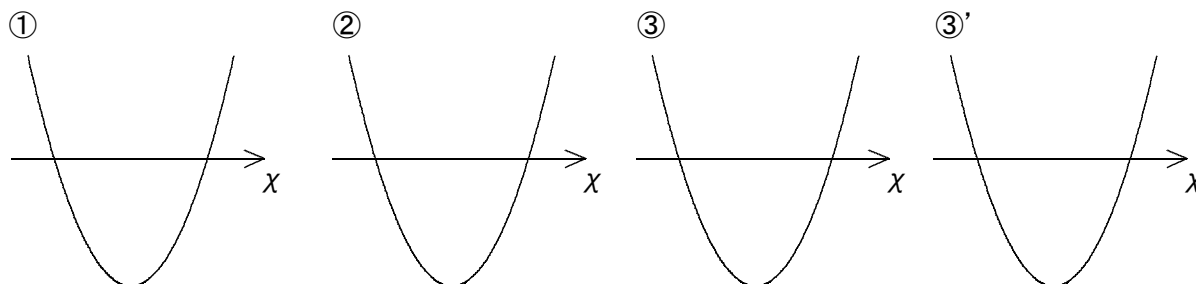
(次のページへつづく) ↗

□ □ 【 2次関数と方程式・不等式 No. 13 (4/4) 】 - 〈3枚目/4枚〉

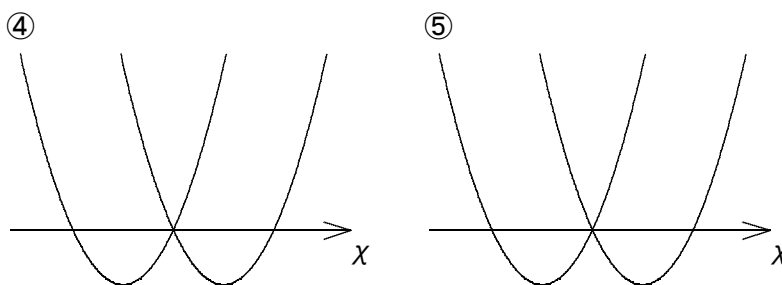
➤ (前のページからのつづき)

[B] $-2 < x < 0$ の範囲に「ただ1つの解をもつ」場合:

【考え方】 $-2 < x < 0$ の範囲にただ1つの解がある場合とは、次の①~③の場合である。



【注】 ①, ②の場合、次のように $-2 < x < 0$ の範囲に解がない場合もあることに注意!



1 (グラフが x 軸と交わるための a の範囲を調べる)

(i) $f(-2) = 0$ のとき,

(次のページへつづく) ➤

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【 2 次関数と方程式・不等式 No. 13 (4 / 4) 】 - 〈 4 枚目 / 4 枚〉

↗ (前のページからのつづき)

(ii) ・ $f(0) = 0$ のとき,

(iii) ・ $f(-2) \cdot f(0) < 0$ のとき,

2 (答をまとめる)

[A] および, [B] の (i), (ii), (iii) より,

_____ → a

よって, 求める a の範囲は, _____