

第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

3 一般角の三角関数

(1/7) ■ 三角関数の値 ■

三角関数の値

★知識の整理★

【1】一般角の三角関数

点Oを原点とする座標平面上で、 $x$ 軸の正の部分に始線OXとし、角 $\theta$ の動径をOPとする。

点Pが、原点Oを中心とする半径 $r$ の円周上にあり、その座標を $(x, y)$ とするとき、

$$\frac{y}{r}, \quad \frac{x}{r}, \quad \frac{y}{x}$$

の値は、半径 $r$ に関係なく、 $\theta$ によって決まる。すなわち、

$0 \leq \theta \leq \pi$ のときの三角比と同様に、 $\theta$ が一般角の場合にも、上の値は $\theta$ によって決まる。

$$\sin \theta = \frac{y}{r}, \quad \cos \theta = \frac{x}{r}, \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

と定義し、それぞれ、 $\theta$ の正弦、余弦、正接という。ただし、 $\tan \theta$ は、 $\theta$ が $\frac{\pi}{2}$ や $-\frac{\pi}{2}$ のように、 $x$ の値が0となるような $\theta$ の値に対しては定義されない。このように定義すると、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ は $\theta$ の関数で、これらをまとめて $\theta$ の**三角関数**という。

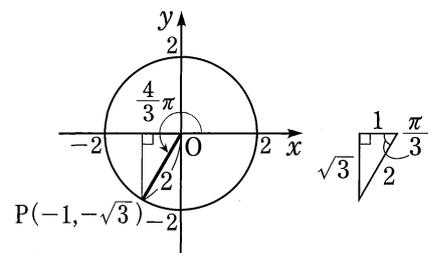
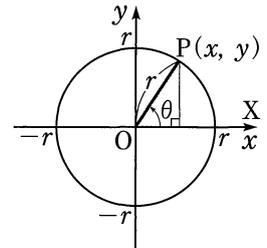
(例)  $\theta = \frac{4}{3}\pi$ のとき、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ 、 $\tan \theta$ の値は、次のようになる。

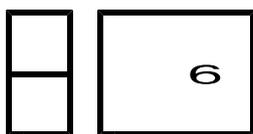
図のように、 $OP = 2$ とすれば、 $P(-1, -\sqrt{3})$ となるから、

$$\sin \frac{4}{3}\pi = \frac{-\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos \frac{4}{3}\pi = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$$

$$\tan \frac{4}{3}\pi = \frac{-\sqrt{3}}{-1} = \sqrt{3}$$





第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

3 一般角の三角関数

(2/7) ■ 三角関数の値 ■

◇ 《三角関数の値》 **学力化** → / ,

----- ★理解のチェック★ -----

$\theta$  が次の値のとき,  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  の値を求めなさい。

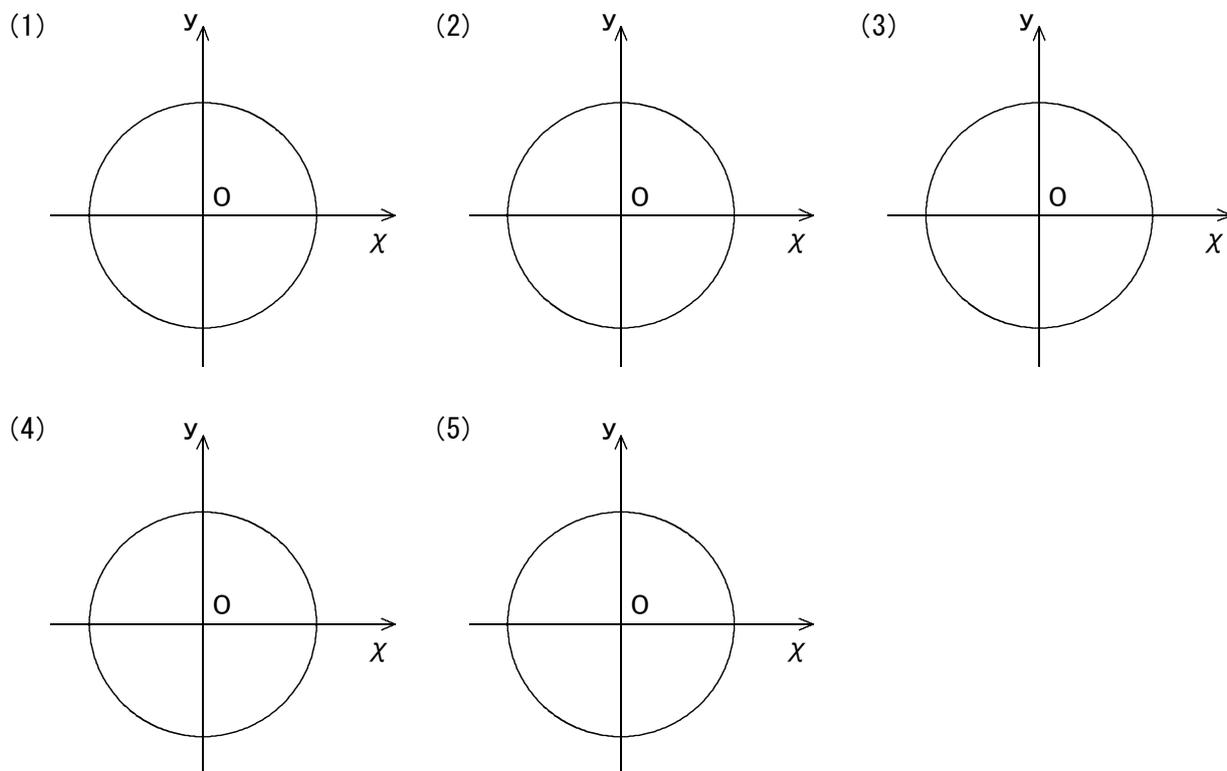
- (1)  $\frac{11}{6} \pi$     (2)  $-\frac{5}{6} \pi$     (3)  $-\frac{4}{3} \pi$     (4)  $\frac{9}{4} \pi$     (5)  $-\frac{7}{6} \pi$

-----  
【考え方】 三角関数の値は, 単位円上に直角三角形をかき, それを見て求めます。

[答 案]

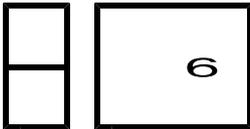
\* 図をかいて, 答えなさい。

(4) は  $OP = \sqrt{2}$ , それ以外は  $OP = 2$  として, 図をかきなさい。



\*  $\sin \theta$ ,  $\cos \theta$ ,  $\tan \theta$  の値は, 次にかきなさい。

(1)



★知識の整理★

【1】単位円

原点Oを中心とする半径1の円を **単位円** という。

三角関数の定義で、 $r = 1$ とすると、 $P(x, y)$ は単位円周上を動き、

$$x = \cos \theta, \quad y = \sin \theta$$

となる。

このとき、 $-1 \leq y \leq 1$ 、 $-1 \leq x \leq 1$ であるから、 $\sin \theta$ 、 $\cos \theta$ は、

$$-1 \leq \sin \theta \leq 1, \quad -1 \leq \cos \theta \leq 1$$

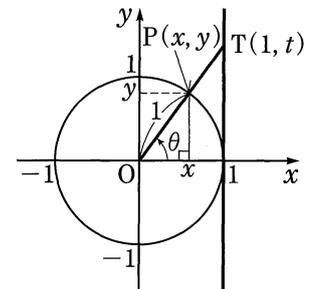
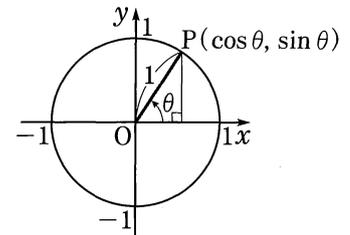
の範囲の値をとる。

さらに、直線OPと直線 $x = 1$ の交点を $T(1, t)$ とすれば

$$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{t}{1} \text{ であるから,}$$

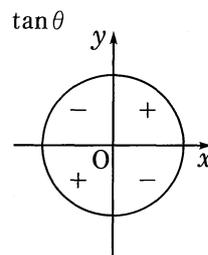
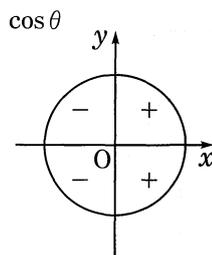
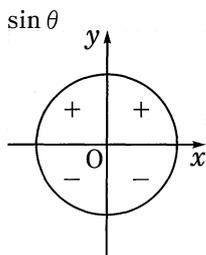
$$t = \tan \theta$$

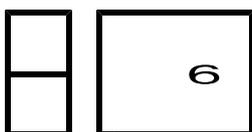
となる。 $t$ はどのような値にもなるから、 $\tan \theta$ はすべての実数値をとる。



No.6 (1 / 7) の(例)のように、角 $\theta$ の動径が第3象限にあるとき、 $\theta$ を **第3象限の角** という。他の象限についても同様である。

また、 $y = \sin \theta$ 、 $x = \cos \theta$ 、 $t = \tan \theta$ より、 $\theta$ がどの象限の角であるかによって、三角関数の符号が決まる。これを図で示すと次のようになる。





★解法の技術★

$\theta = \frac{4}{3}\pi$  のとき,  $\sin\theta$ ,  $\cos\theta$ ,  $\tan\theta$  の値を求めなさい。

【考え方】必ず単位円をかいて考えます。

\* 単位円のかき方

- 1  $x$  軸の正の部分を開始線として, 角が  $\theta$  となるように動径をひく。
- 2 1でひいた動径と単位円の交点を  $P$  とし,  $P$  から  $x$  軸に垂線をひき, 直角三角形を作る。
- 3 2でできた直角三角形の辺の比から,  $x$  座標と  $y$  座標の値を求める。

[答 案]

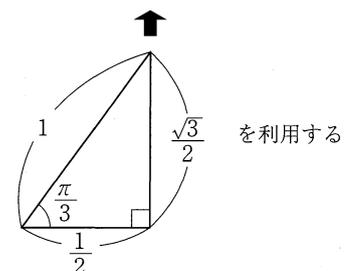
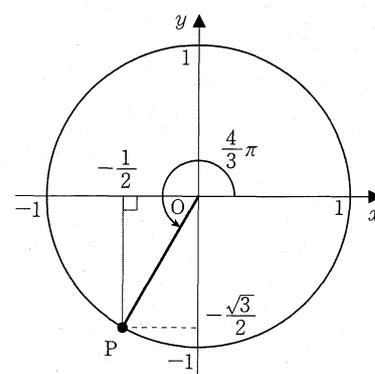
右図より,

$$\sin \frac{4}{3}\pi = -\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \leftarrow y \text{ 座標の値}$$

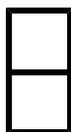
$$\cos \frac{4}{3}\pi = -\frac{1}{2} \quad \leftarrow x \text{ 座標の値}$$

$$\tan \frac{4}{3}\pi = \frac{y}{x} = -\frac{\sqrt{3}}{2} \div \left(-\frac{1}{2}\right) = \sqrt{3}$$

▲分数の比の値をわり算の式  
に変えて表しています。(y ÷ x)



ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

**3** 一般角の三角関数

(5 / 7) ■ 三角関数の値 ■

◇ 《三角関数の値》 **学力化** → / ,

-----  
★理解のチェック★

次の三角関数の値を求めなさい。もし値がない場合は×と書くこと。

(1)  $\sin \frac{7}{4} \pi$

(2)  $\cos \frac{\pi}{3}$

(3)  $\tan \frac{\pi}{6}$

(4)  $\sin(-\frac{2}{3} \pi)$

(5)  $\cos(-\pi)$

(6)  $\tan(-\frac{\pi}{2})$

-----  
【考え方】必ず単位円をかいて考えます。(次のページに)

[答 案]

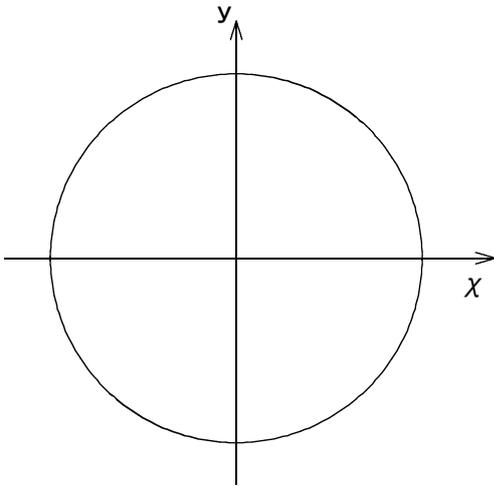
(次のページへつづく) ↗

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

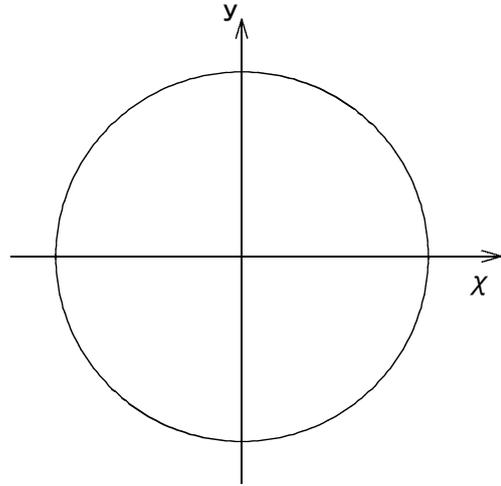
□ □ 【一般角の三角関数 No. 6 (5 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

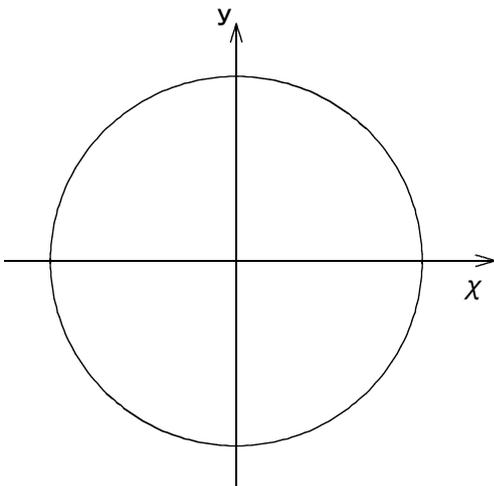
(1)



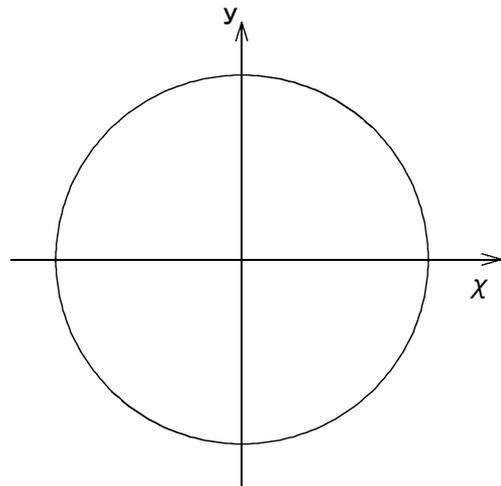
(2)



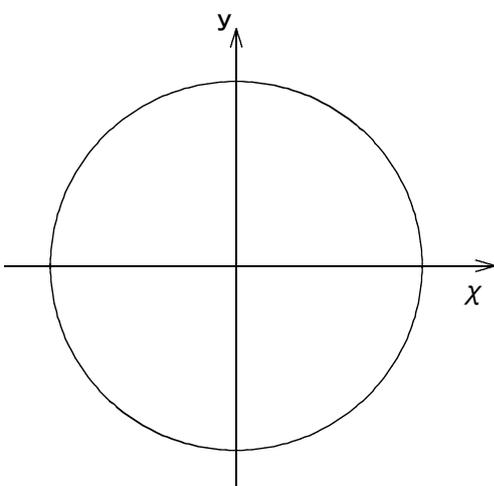
(3)



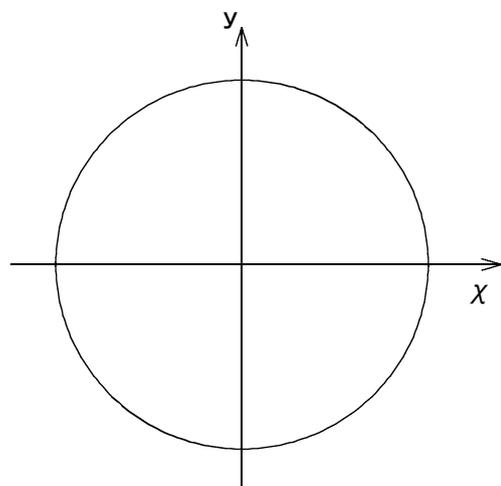
(4)



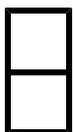
(5)



(6)



ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

**3** 一般角の三角関数

(6 / 7) ■ 三角関数の値 ■

◇ 《三角関数の値》 **学力化** → / ,

★演習★【1】

次の三角関数の値を求めなさい。もし値がない場合は×と書くこと。

(1)  $\sin \frac{7}{6} \pi$

(2)  $\cos \frac{5}{4} \pi$

(3)  $\tan \frac{2}{3} \pi$

(4)  $\sin(-\frac{\pi}{6})$

(5)  $\cos(-\frac{\pi}{4})$

(6)  $\tan(-\frac{4}{3} \pi)$

【考え方】必ず単位円をかいて考えます。(次のページに)

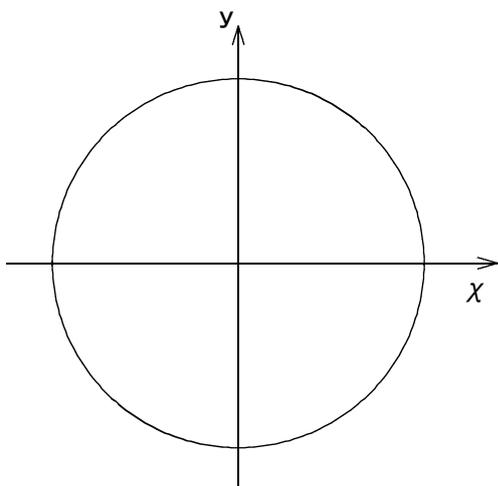
[答 案]

(次のページへつづく) ↗

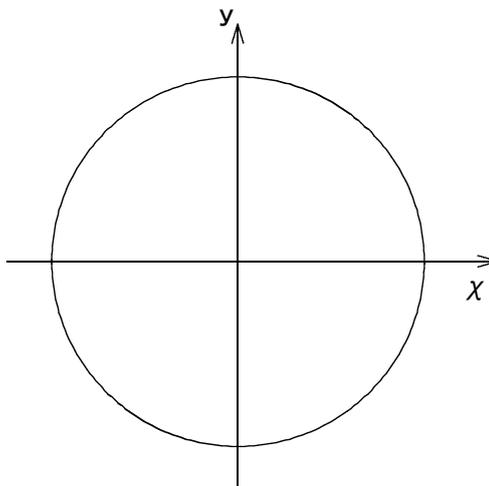
□ □ 【一般角の三角関数 No. 6 (6 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

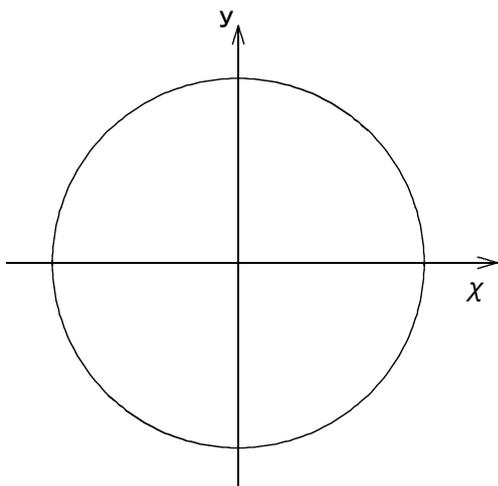
(1)



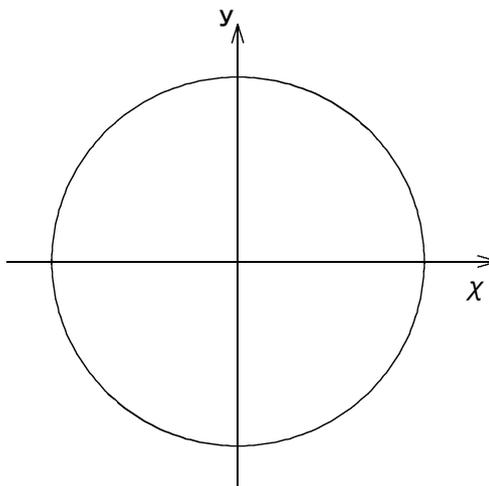
(2)



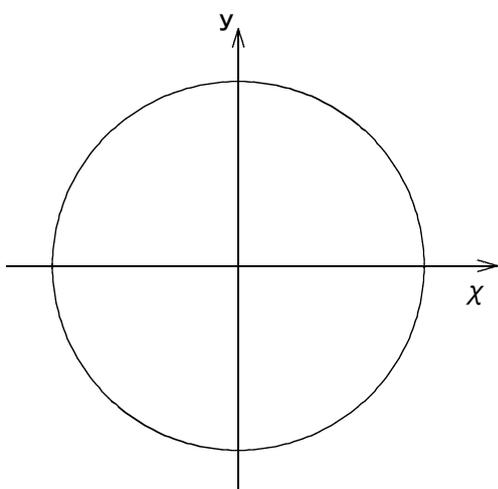
(3)



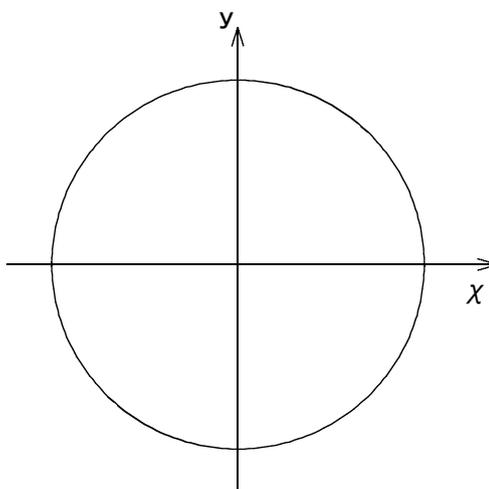
(4)



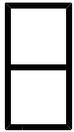
(5)



(6)



ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第3章 三角関数 1・一般角の三角関数

**3** 一般角の三角関数

(7/7) ■ 三角関数の値 ■

◇ 《三角関数の値》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

次の三角関数の値を求めなさい。もし値がない場合は×と書くこと。

(1)  $\sin \frac{\pi}{3}$

(2)  $\cos \frac{7}{6} \pi$

(3)  $\tan \frac{5}{4} \pi$

(4)  $\sin(-\frac{\pi}{4})$

(5)  $\cos(-\frac{5}{6} \pi)$

(6)  $\tan(-\frac{11}{6} \pi)$

【考え方】必ず単位円をかいて考えます。(次のページに)

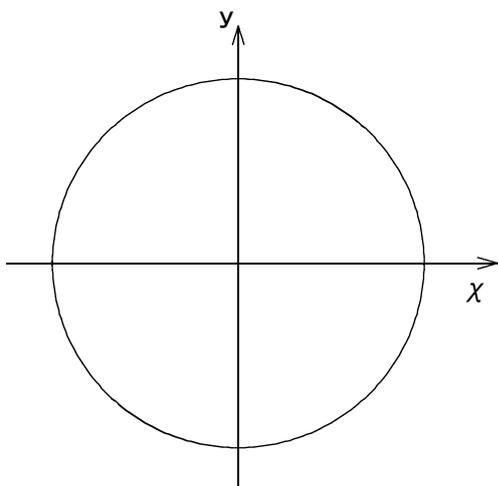
[答 案]

(次のページへつづく) ↗

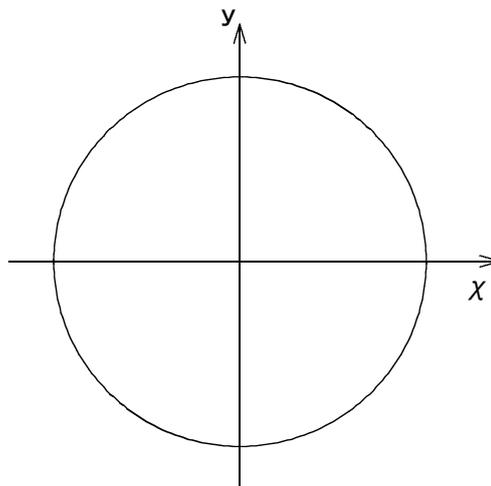
□ □ 【一般角の三角関数 No. 6 (7 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

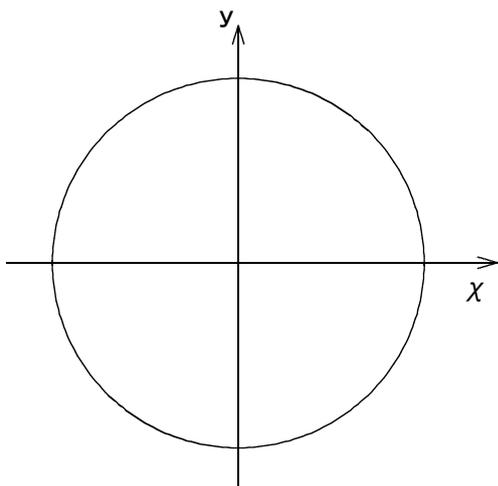
(1)



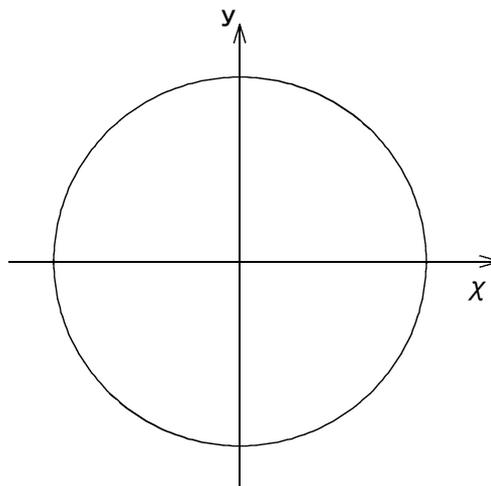
(2)



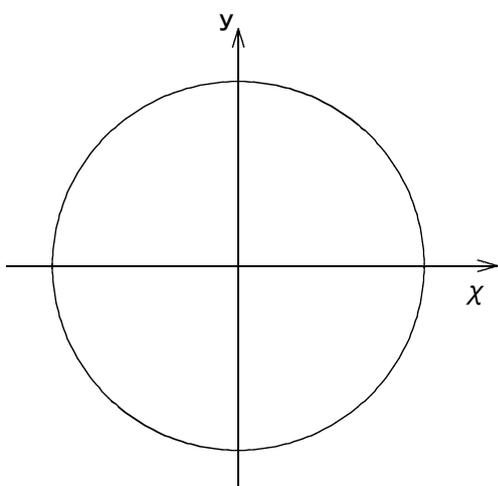
(3)



(4)



(5)



(6)

