

多項定理と係数決定

★解法の技術★

$(a - 2b + 3c)^8$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。
 (1) $a^4 b^3 c$ (2) $b^6 c^2$

【考え方】「係数の求め方」は、プリントNo.14(1/5)を参照。

[考える手順]

1 基本形に変形する

2 項を求める

3 答を書く

2 項を求める

3 答を書く

[答 案]

$$(a - 2b + 3c)^8 = \{a + (-2b) + (3c)\}^8$$

これを展開したとき、

(1) $a^4 b^3 c$ の項は、

$$\begin{aligned} & {}_8C_4 (a)^4 \times {}_4C_3 (-2b)^3 \times {}_1C_1 (3c)^1 \\ &= \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} a^4 \times 4 \cdot (-8b^3) \times 1 \cdot 3c \\ &= 70 a^4 \times (-32b^3) \times 3c \\ &= -6720 a^4 b^3 c \end{aligned}$$

となる。

よって、 $a^4 b^3 c$ の係数は -6720

(2) $b^6 c^2$ の項は、

$$\begin{aligned} & {}_8C_6 (-2b)^6 \times {}_2C_2 (3c)^2 \\ &= \frac{8 \cdot 7}{2 \cdot 1} \cdot 64 b^6 \times 1 \cdot 9 c^2 \\ &= 1792 b^6 \times 9 c^2 \\ &= 16128 b^6 c^2 \end{aligned}$$

となる。

よって、 $b^6 c^2$ の係数は 16128

《多項定理》

一般に、 $(a + b + c)^n$ の展開式における $a^p b^q c^r$ の係数は、次のようになる。

$$\frac{n!}{p! q! r!} \quad (\text{ただし、} p + q + r = n) \quad * \text{これは答の「確かめ」として使います。}$$

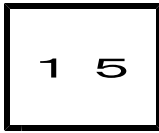
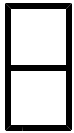
(1) の確かめ

$$a^4 b^3 c \text{ の係数は、} \frac{8!}{4! 3! 1!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 280$$

$$280 \times (-2)^3 \times 3 = \underline{\underline{-6720}}$$

となり、合っている。

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

4 二項定理（その3）

（2 / 7） ■ 二項定理の応用① ■

◇ 《多項定理と係数決定》 **学力化** → / ,

★理解のチェック★

次の問いに答えなさい。

(1) $(a + 3b - 2c)^6$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。

① $a^2 b^2 c^2$

② $a^3 c^3$

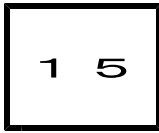
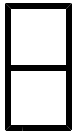
(2) $(a + b + c)^6$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。

① $a^3 b c^2$

② $a^2 b^4$

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

4 二項定理（その3）

（3 / 7） ■ 二項定理の応用① ■

◇ 《多項定理と係数決定》 **学力化** → / .

★演習★【1】

次の問いに答えなさい。

(1) $(a + 2b - 3c)^7$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。

① $a^2 b^3 c^2$

② $a b c^5$

③ $a^6 c$

(2) $(x + y + z)^9$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。

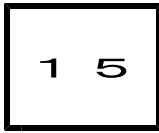
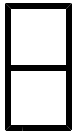
① $x^6 y z^2$

② $x^3 y^3 z^3$

③ $x^2 z^7$

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

4 二項定理（その3）

（4 / 7） ■ 二項定理の応用① ■

◇ 《多項定理と係数決定》 **学力化** → / .

★演習★【2】

次の問いに答えなさい。

(1) $(2a - b + 3c)^8$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。

① $a^2 b^2 c^4$

② $a^4 b c^3$

③ $a^3 b^5$

(2) $(x + y + z)^7$ の展開式における、次の項の係数を求めなさい。

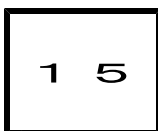
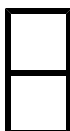
① $x^4 y^2 z$

② $x^2 y^3 z^2$

③ $x^4 z^3$

【考え方】 解き方は【1】とまったく同じです。

[答 案]



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

4 二項定理（その3）

(5/7) ■ 二項定理の応用① ■

多項定理と係数決定（特殊問題—場合分け）

◇ 《多項定理と係数決定／特殊問題—場合分け》 **学力化** → / ,

★演習★【3】

次の問いに答えなさい。

(1) 次の式の展開式における [] 内の項の係数を求めなさい。

$$(1 + 2x - y^2)^7 \quad [x^4 y^6]$$

(2) $(x^2 + x + 1)^8$ の展開式における x^4 の係数を求めなさい。

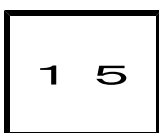
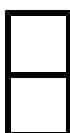
(3) $(1 + 2x - x^2)^{10}$ の展開式で、 x^3 の係数を求めなさい。

【考え方】 (2) $(x^2)^p + (x)^q$ $2p + q = 4$ となる p, q の組合せを考える。(3通りある)
ただし、 p, q は0以上の整数とする。

また、この場合、 $(x^2 + x + 1)^8$ であるので、定数項は、 1^4 となる。

(3) $(x)^p + (x^2)^q$ $p + 2q = 3$ となる p, q の組合せを考える。(2通りある)
定数項は、 1^7 となる。

[答 案]



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

4 二項定理（その3）

（6 / 7） ■ 二項定理の応用① ■

定数項

★解法の技術★

次の式の展開式において、[] に示した項の係数を求めなさい。

$$\left(a^2 - \frac{1}{a}\right)^6 \quad [\text{定数項}]$$

【考え方】約分すると文字が消える（1となる）組合せを考える。

この問題では、 $(a^2)^2 \cdot \left(-\frac{1}{a}\right)^4$ が定数となる。

[考える手順]

1 基本形に変形する

2 項を求める

3 答を書く

[答 案]

$$\left(a^2 - \frac{1}{a}\right)^6 = \left\{\left(a^2\right) + \left(-\frac{1}{a}\right)\right\}^6$$

これを展開したとき、 $(a^2)^2 \times \left(-\frac{1}{a}\right)^4$ が定数となるから、

定数項は、

$${}_6C_2 (a^2)^2 \times {}_4C_4 \left(-\frac{1}{a}\right)^4$$

$$= \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} a^4 \times 1 \cdot \frac{1}{a^4}$$

$$= 15$$

となる。

よって、定数項は 15

◇ 《定数項》 **学力化** → / ,

★演習★【4】

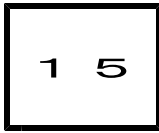
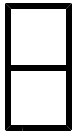
次の式の展開式において、[] に示した項の係数を求めなさい。

(1) $\left(x^2 - \frac{2}{x}\right)^6$ [定数項]

(2) $\left(2x^4 - \frac{1}{x}\right)^{10}$ [定数項]

[答 案]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



第1章 いろいろな式 1・整式の乗法・除法と分数式

4 二項定理（その3）

（7 / 7） ■ 二項定理の応用① ■

◇ 《定数項》 **学力化** → / ,

★演習★【5】

次の式の展開式において、[] に示した項の係数を求めなさい。

(1) $(x + \frac{1}{x^2} + 1)^5$ [定数項]

(2) $(x + 1 + \frac{1}{x})^7$ [定数項]

[答 案]