

平行と合同 2・合同な図形

3 証明のすすめ方(その4)

(1/6) ■ 証明とは何をすることが ■

証明とは何をすることが

★知識の整理★

これまでに述べたように、数学で考えることがらには、仮定、結論に分けられるものが多い。

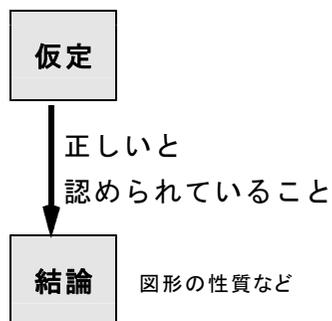
その場合、証明は、

① 仮定 やすでに 正しいと認められたこと を

「根拠」として使って

② 「結論」を導く

ことであるといえます。



★解法の技術★

「線分 AB の垂直二等分線 l 上の点 P から、点 A 、 B にひいた線分 PA 、 PB の長さは等しい。」

このことがらの仮定、結論は、線分 AB の中点を M とすると、

[仮定] $AM=BM$, $PM \perp AB$

[結論] $PA=PB$

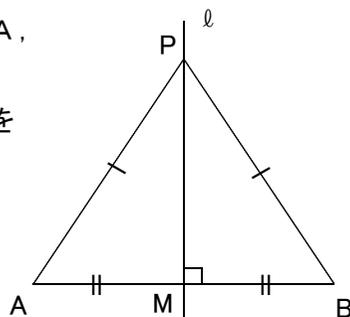
と書けます。

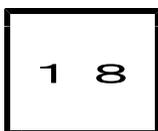
そして、このことがらは、

(ア) 2辺とその間の角が、それぞれ等しい三角形は合同である。

(イ) 合同な図形の対応する線分の長さは等しい。

を根拠として、証明することができます。





平行と合同 2・合同な図形

3 証明のすすめ方(その4)

(2/6) ■ 証明とは何をすることか ■

◇ 《証明をしてみよう》 **学力化** → / ,

----- ★理解のチェック★ -----

「線分 AB の垂直二等分線 ℓ 上の点 P から、点 A 、 B にひいた線分 PA 、 PB の長さは等しい。」

このことを、線分 AB の中点を M とすることによって証明しなさい。

【考え方】 仮定とは、問題文の中に書いてあることです。

「線分 AB の垂直二等分線 ℓ 」という文から仮定を読み取ります。
重なっている（共通）辺や角も証明の根拠として使えます。

[答 案]

[仮定] [] = [] , [] \perp []

[結論] [] = [] (\perp は垂直を表す記号です)

[証明]

\triangle [] と \triangle [] において

{ [] = [] (90°) より...①
[] = [] (仮定) より...②
[] = [] (共通) より...③

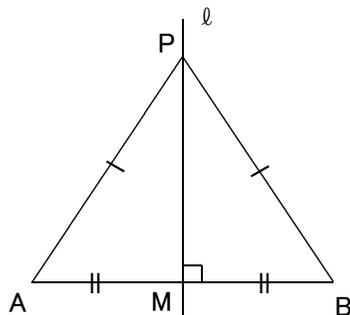
①, ②, ③から, \triangle [] と \triangle [] は,

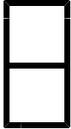
[] がそれぞれ等しいので

\triangle [] \equiv \triangle []

また, 合同な図形では, [] は等しいから,

[] = []





平行と合同 2・合同な図形

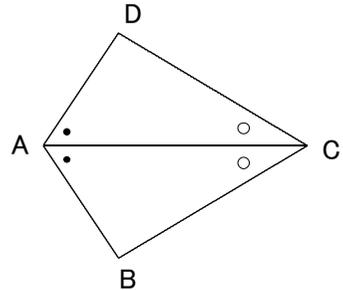
3 証明のすすめ方(その4)

(3/6) ■ 証明とは何をすることか ■

◇ 《証明をしてみよう》 **学力化** → / ,

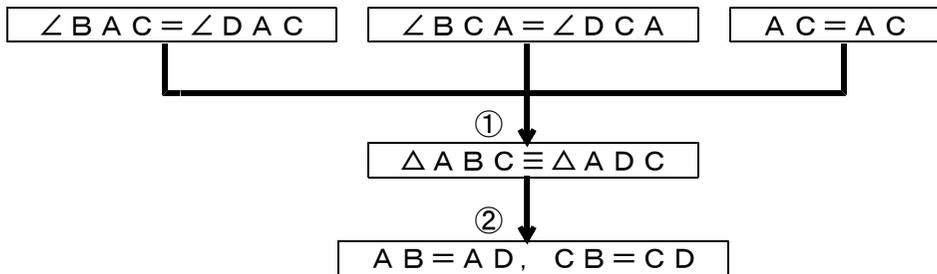
★演習★【1】

「四角形 ABCD で、
 $\angle BAC = \angle DAC$,
 $\angle BCA = \angle DCA$ ならば、
 $AB = AD$, $CB = CD$ である。」… (ア)



上の (ア) の性質について、次の問いに答えなさい。

- (1) 仮定と結論を示しなさい。
- (2) (ア) の証明のすじ道を、下のように示した。
 ①, ②では、それぞれどんなことを根拠に使っていますか。



【考え方】①の結論は合同だから、根拠は合同条件になります。

②の根拠は合同な図形の性質になります。

[答 案]

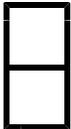
(1) [仮定] [] = []
 [] = []

[結論] [] = [] , [] = []

(2) ① [根拠]

② [根拠]

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



平行と合同 2・合同な図形

3 証明のすすめ方(その4)

(4/6) ■ 証明とは何をすることが ■

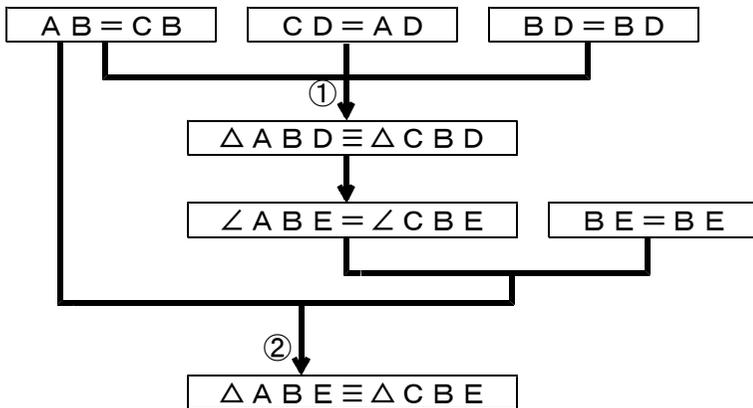
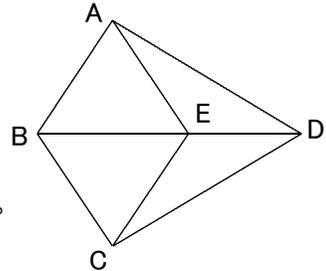
◇ 《証明をしてみよう》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

四角形 $ABCD$ で、 $AB=CB$ 、 $CD=AD$
とし、 BD 上の 1 点を E とすると
 $\triangle ABE \equiv \triangle CBE$

である。

この証明の流れをまとめると、次のようになる。



(1) 上の証明で、仮定と結論を書きなさい。

(2) ①と②の場合、仮定から結論を導くのに、どんな根拠を使いましたか。

【考え方】 ①、②とも結論は合同だから、根拠は合同条件になります。

[答 案]

(1) [仮定] [] = []

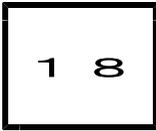
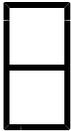
[] = []

[結論] [] ≡ []

(2) ①の場合 [根拠]

②の場合 [根拠]

.....



平行と合同 2・合同な図形

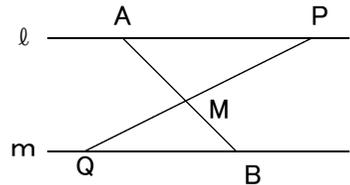
3 証明のすすめ方(その4)

(5/6) ■ 証明とは何をすることが ■

◇ 《証明をしてみよう》 **学力化** → / ,

★演習★【3】

平行な2直線 l , m がある。 l , m 上にそれぞれ点 P , Q をとり、線分 PQ の中点を M とする。次に、 M を通る直線をひき、 l , m と交わる点を A , B とすれば、 $AM = BM$ となる。



これを次のように証明した。①～⑤が成り立つ理由を書きなさい。

[証明]

$\triangle AMP$ と $\triangle BMQ$ で

$$\left\{ \begin{array}{ll} PM = QM & \dots \text{①} \\ \angle AMP = \angle BMQ & \dots \text{②} \\ \angle APM = \angle BQM & \dots \text{③} \end{array} \right.$$

①, ②, ③より

$$\triangle AMP \equiv \triangle BMQ \quad \dots \text{④}$$

$$\text{ゆえに, } AM = BM \quad \dots \text{⑤}$$

【考え方】 ①問題文の中に書いてあることが「仮定」です。

②直線が交叉すると対頂角が2組できます。

③平行線が出てきたら、錯角や同位角は等しい、同側内角の和は 180° という性質が瞬時に頭を横切る必要があります。

④3種類の合同条件のどれかを考えます。

⑤合同を証明した後は、対応辺や対応角がどうなっているかの説明が続くことがたびたびあります。

[答 案]

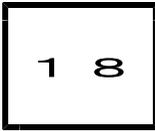
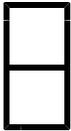
① [根拠] 仮定から等しい

② [根拠]

③ [根拠]

④ [根拠]

⑤ [根拠]



平行と合同 2・合同な図形

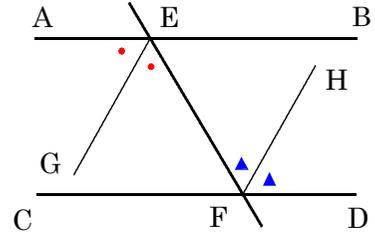
3 証明のすすめ方(その4)

(6/6) ■ 証明とは何をすることが ■

◇ 《証明をしてみよう》 **学力化** → / ,

★演習★【4】

平行な2直線AB, CDに, 1本の直線が交わっている。その交点をそれぞれE, Fとし, $\angle AEF$, $\angle DFE$ の二等分線をそれぞれEG, FHとすると, EGとFHは平行になる。



このことを, 次のように証明した。

[*] をうめ, 証明を完成しなさい。

また, ①, ②で用いる根拠を, 下の(ア) ~ (ウ)より選びなさい。

[証明] 仮定より, $AB \parallel CD$ だから、

$$\angle AEF = \angle [(1)] \quad \dots \textcircled{1} \text{ 根拠 } [(2)]$$

この両辺を $\frac{1}{2}$ 倍して

$$\frac{1}{2} \angle AEF = \frac{1}{2} \angle [(3)]$$

よって, $\angle GEF = \angle [(4)]$

したがって, $EG \parallel FH$ となる。 $\dots \textcircled{2}$ 根拠 [(5)]

【根拠】

- (ア) 平行な2直線に1直線が交わってできる同位角は等しい。
- (イ) 平行な2直線に1直線が交わってできる錯角は等しい。
- (ウ) 2直線に1直線が交わっているとき, 錯角が等しければ, もとの2直線は平行である。

【考え方】 平行線の錯角は等しい。逆に, 錯角が等しければ2直線は平行です。

[答 案]

仮定より, $AB \parallel CD$ だから、

$$\angle AEF = \angle [(1)] \quad \dots \textcircled{1} \text{ 根拠 } [(2)]$$

この両辺を $\frac{1}{2}$ 倍して

$$\frac{1}{2} \angle AEF = \frac{1}{2} \angle [(3)]$$

よって, $\angle GEF = \angle [(4)]$

したがって, $EG \parallel FH$ となる。 $\dots \textcircled{2}$ 根拠 [(5)]