

図形の性質 1・三角形

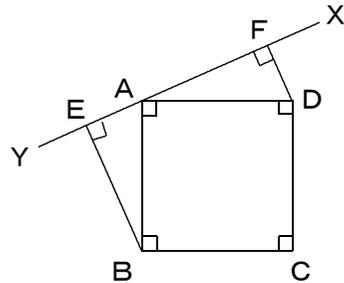
3 直角三角形の合同 (その3)

(1/7) ■ やや複雑な証明 ■

- ●★解法の技術★の学習のしかた● —
- (1) 下の答案を理解し、「考え方」を覚えましょう。／覚えたら、.....
  - (2) 模範解答を見ないで、「理解のチェック」の問題を解いてみましょう。  
(答案を見ながら書くとは勉強になりません。一度、「考え方」を頭の中に入れることが大切です。)

★解法の技術★

右の図のように、正方形  $ABCD$  の頂点  $A$  を通る直線  $XY$  に、頂点  $B, D$  から垂線  $BE, DF$  をひくと、  
 $AE = DF$   
 であることを証明しなさい。



【考え方】 直角三角形の合同に固有の解法の技術があります。

「 $90^\circ$  - 共通角」という合同条件です。

直角相等を確認し、斜辺相等を確認し、もう1つの合同条件がなかなか見つからないとき、「 $90^\circ$  - 共通角」を計算すると同じになる角度がないかをチェックします。合同の”裏技”です。入試レベルの問題では、このワザが使えるかどうかチェックされます。

[考える手順]

[答 案]

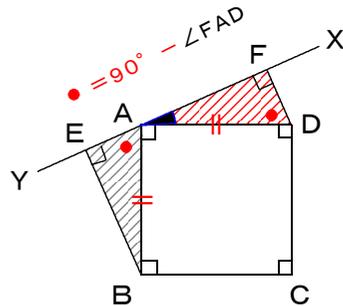
[仮定]  $AB = BC = CD = DA$

$\angle DAB = \angle ABC = \angle BCD = \angle CDA$

$XY \perp DF, XY \perp BE$

[結論]  $AE = DF$

\* [証明] は次のページに書いて下さい。



(次のページへつづく) ↗

□ □ 【図形の性質 No. 9 (1 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

1 三角形の設定

2 合同の証明  
(3つの条件と理由)

\* まず「直角」、次に「斜辺」を確認

3 結論(理由も書く)

\* 対応辺は等しい

[証明]

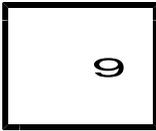
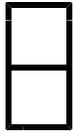
$\triangle AEB$ と $\triangle DFA$ において

- $\angle AEB = \angle DFA$  ( $= 90^\circ$ , 仮定) ...①
- $BA = AD$  (=斜辺, 仮定) ...②
- $\angle BAE = \angle ADF$  ( $90^\circ - \angle FAD$ ) ...③

①, ②, ③から, 斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいから,  $\triangle AEB \equiv \triangle DFA$

合同な図形では対応する線分の長さは等しいから  
 $AE = DF$

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



図形の性質 1・三角形

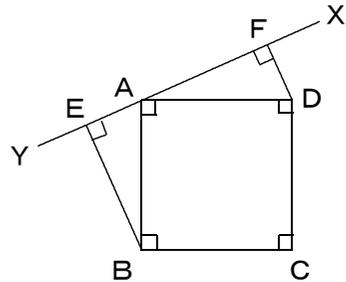
**3** 直角三角形の合同 (その3)

(2/7) ■ やや複雑な証明 ■

◇ 《直角三角形の合同条件の利用》 **学力化** → / ,

-----★理解のチェック★-----

右の図のように、正方形  $ABCD$  の頂点  $A$  を通る直線  $XY$  に、頂点  $B, D$  から垂線  $BE, DF$  をひくと、  
 $AE = DF$   
 であることを証明しなさい。



[考える手順]

[答 案]

[仮定]

[結論]

[証明]

**1** 三角形の設定

**2** 合同の証明

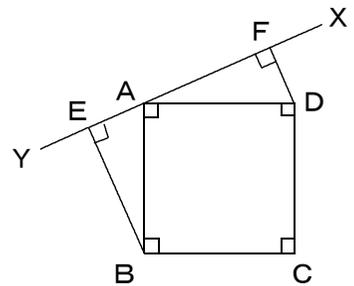
(3つの条件と理由)

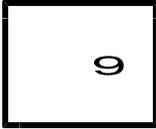
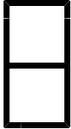
\* まず「直角」、次に「斜辺」を確認

**3** 結論 (理由も書く)

\* 対応辺は等しい

{ . ...①  
 . ...②  
 . ...③





図形の性質 1・三角形

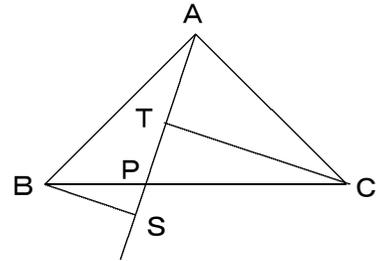
**3** 直角三角形の合同 (その3)

(3/7) ■ やや複雑な証明 ■

◇ 《直角三角形の合同の証明》 **学力化** → /

★演習★【1】

右の図の三角形ABCは、 $AB=AC$ 、 $\angle BAC=90^\circ$ の直角三角形である。辺BC上の点をPとし、頂点B、Cから2点A、Pを通る直線にそれぞれ垂線をひき、直線APとの交点をS、Tとする。このとき、  
 $\triangle ABS \cong \triangle CAT$   
 であることを証明しなさい。



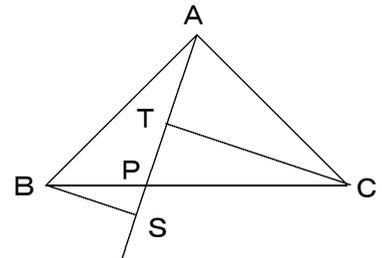
【考え方】直角のある三角形の合同を証明する問題では、まず、直角三角形の合同条件を探すことを目指します。

直角相等を確認し、斜辺相等を確認し、もう1つの合同条件がなかなか見つからないときは、「 $90^\circ$  - 共通角」を計算すると同じになる角度がないかをチェックします。

[考える手順]

[答 案]

[仮定]



[結論]

[証明]

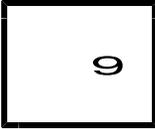
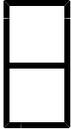
**1** 三角形の設定

**2** 合同の証明

(3つの条件と理由)

\*まず「直角」、次に「斜辺」を確認

{ . ...①  
 . ...②  
 . ...③



図形の性質 1・三角形

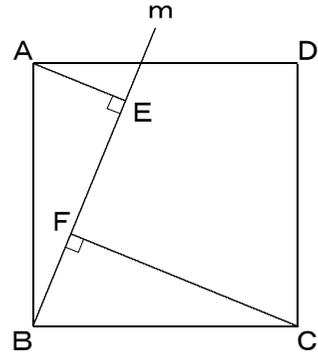
**3** 直角三角形の合同 (その3)

(4 / 7) ■ やや複雑な証明 ■

◇ 《直角三角形の合同条件の利用》 **学力化** → / ,

★演習★【2】

右の図のように、正方形  $ABCD$  の頂点  $B$  を通り、辺  $AD$  と交わる直線  $m$  に、頂点  $A, C$  からひいた垂線と直線  $m$  の交点をそれぞれ  $E, F$  とする。このとき、 $FC = AE + EF$  であることを証明しなさい。



\* 仮定と結論は省略します。**3**が新しいところです。やや難問題です

[考える手順]

[証明]

**1** 三角形の設定

**2** 合同の証明

(3つの条件と理由)

\* まず「直角」、次に「斜辺」を確認

**3** 結論(理由も書く)

\* 対応辺は等しい

\* 辺の置きかえ

{ . ...①  
 . ...②  
 . ...③

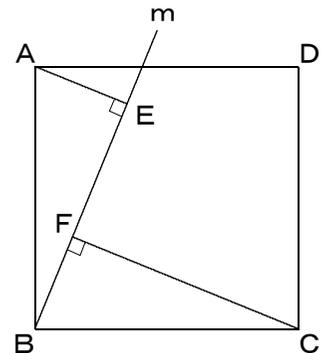
よって

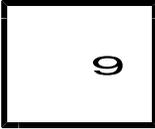
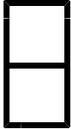
$$AE + EF$$

=

=

=





図形の性質 1・三角形

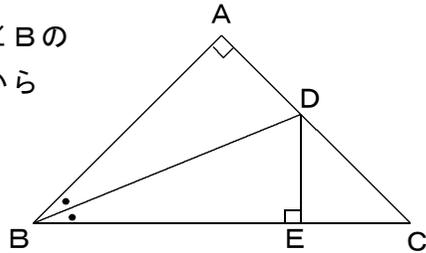
**3** 直角三角形の合同 (その3)

(5 / 7) ■ やや複雑な証明 ■

◇ 《直角三角形の合同条件の利用》 **学力化** → / ,

★演習★【3】

∠A = 90° の直角二等辺三角形で、∠B の二等分線が AC と交わる点を D とし、D から BC に垂線 DE をひく。このとき、  
 $AD = DE = EC$   
 となることを証明しなさい。



【考え方】最初に、三角形の合同を使い、対応辺だから  $AD = DE$  と証明します。次に、 $DE$  と  $EC$  をそれぞれ 1 辺とする合同な三角形は存在しないから、二等辺三角形の等辺であることを示して  $DE = EC$  を証明します。すなわち、 $\triangle ECD$  で、 $\angle C = \angle CDE$  を示すことになります。直角二等辺三角形は、3 つの内角が  $90^\circ$ 、 $45^\circ$ 、 $45^\circ$  の三角形ですから、もし、2 つの底角が  $45^\circ$  であることが証明できれば、その三角形は二等辺三角形であることになり、 $DE = EC$  が証明できます。

[考える手順]

[答 案]

[仮定]

[結論]

[証明]

**1** 三角形の設定

**2** 合同の証明

(3 つの条件と理由)

\* まず「直角」、次に「斜辺」を確認

**3** 結論 (理由も書く)

\* 対応辺は等しい

{  
.  
.  
.

…①

…②

…③

…④

(次のページへつづく) ↗

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【図形の性質 No. 9 (5/7)】 - 〈2枚目/2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

④  $\triangle ECD$ が直角二等辺三角形であることを証明し、 $EC=ED$ を導き、結論を示す。

\* 図の番号に従って証明の論理を組み立ててみましょう。証明のパターンはありません。

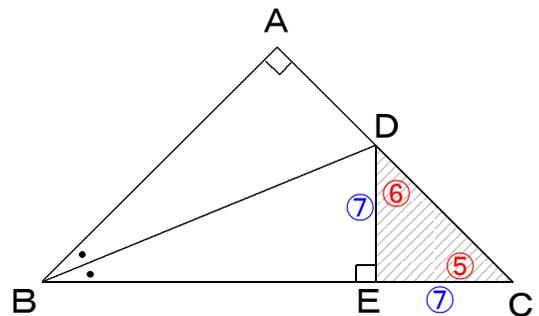
次に、 $\triangle ECD$ において

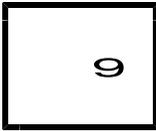
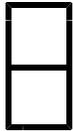
⑤ :

⑥ :

⑦ :

結論 : ④と⑦より





図形の性質 1・三角形

**3** 直角三角形の合同 (その3)

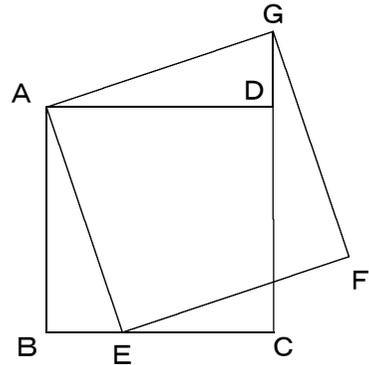
(6 / 7) ■ やや複雑な証明 ■

◇ 《三角形の合同の証明》 **学力化** → /

★演習★【4】

右の図のように、正方形  $ABCD$  の辺  $BC$  上の1点を  $E$  とし、 $AE$  を1辺とする正方形  $A E F G$  をつくった。

$D$  と  $G$  を結んだとき、  
 $\triangle A B E \equiv \triangle A D G$   
 となることを証明しなさい。



【考え方】 一見、直角三角形の合同条件を使う問題のように見えますが、  
 $\triangle A D G$  で、 $\angle A D G$  が直角であるかどうかはわかりません。  
 だから、ここでは、三角形の合同条件 を使って証明しなければなりません。**要注意問題です。**

[考える手順]

[答 案]

[仮定]

[結論]

[証明]

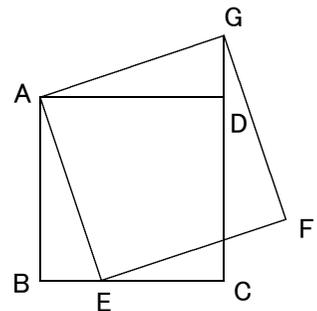
**1** 三角形の設定

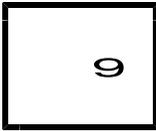
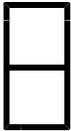
**2** 合同の証明

(3つの条件と理由)

\* 直角三角形の合同条件ではない!

{ . ...①  
 . ...②  
 . ...③





図形の性質 1・三角形

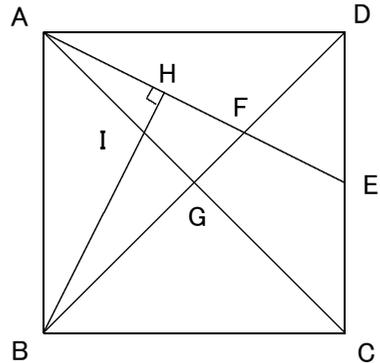
**3** 直角三角形の合同 (その3)

(7/7) ■ やや複雑な証明 ■

◇ 《三角形の合同の証明》 **学力化** → / ,

★演習★【5】

右の図において、四角形  $ABCD$  は、  
1 辺が  $4\text{ cm}$  の正方形である。辺  $CD$  の  
中点を  $E$  とし、線分  $BD$  と線分  $AE$ 、  
 $AC$  との交点をそれぞれ  $F$ 、 $G$  とする。  
また、点  $B$  から線分  $AE$  にひいた垂線  
と線分  $AE$ 、 $AC$  との交点をそれぞれ  
 $H$ 、 $I$  とする。このとき、  
 $\triangle ABI$  と  $\triangle DAF$  が合同であるこ  
とを証明しなさい。



\* 直角三角形の合同を証明する問題ではありませんが、「 $90^\circ$  - 等しい角」  
を合同条件として使う問題の練習として学習します。

\* 仮定と結論は省略します。” やや難 ” 問題です

[考える手順]

**1** 三角形の設定

**2** 合同の証明

(3つの条件と理由)

[証明]

{  
.  
.  
.

…①

…②

…③

