■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

4

図形の性質　１・三角形

1　二等辺三角形の性質（その４）

（１／７）■　正三角形　■

正三角形の性質を利用する証明

★知識の整理★

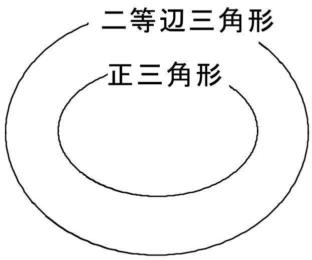
(1)　**正三角形の定義**

３つの辺の等しい三角形を正三角形という。

(2)　**二等辺三角形としての正三角形の性質**

正三角形は，２つ辺が等しいから，二等辺三角形の特別な形である。

したがって，正三角形は，二等辺三角形の性質はすべて持っている。



(3)　**正三角形に特有の性質**

①　正三角形の３つの角は等しい。

②　正三角形の１つの角は６０°である。

★知識の整理★

【１】正三角形であることの証明

ある三角形が正三角形であることを証明するには，△ＡＢＣにおいて，次のうちのいずれか１つが成り立つことを示せばよい。

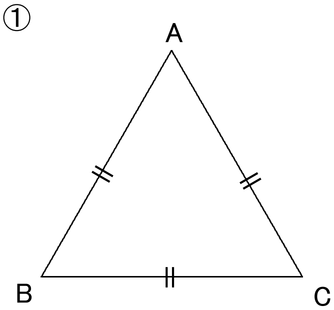
①　三辺が等しい。　　　　　（定義）ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＡ

②　３つの角が等しい。　　　（性質）∠Ａ＝∠Ｂ＝∠Ｃ

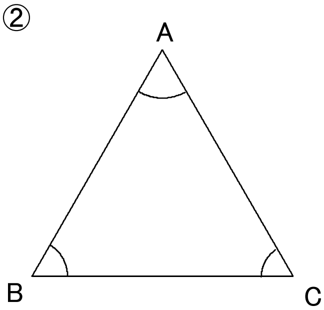
③　頂角が６０°の二等辺三角形である。

（性質）∠Ａ＝６０°でＡＢ＝ＡＣ

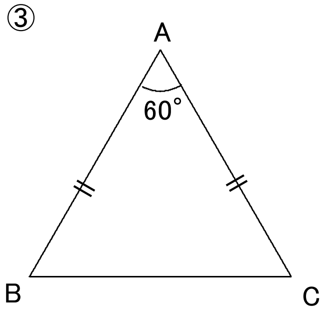
①



②



③



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

4

図形の性質　１・三角形

1　二等辺三角形の性質（その４）

（２／７）■　正三角形　■

●★解法の技術★の学習のしかた●

(1)　下の答案を理解し，「考え方」を覚えましょう。／覚えたら，．．．．．

(2)　模範解答を見ないで，「理解のチェック」の問題を解いてみましょう。

（答案を見ながら書くと勉強になりません。一度，「考え方」を頭の中に入れることが大切です。）

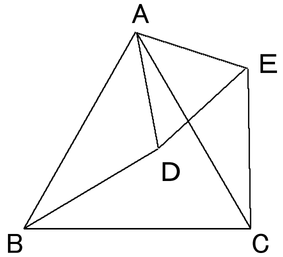
★解法の技術★

右の図のように，頂点Ａが共通な正三角形ＡＢＣ，ＡＤＥをかくとき，

ＢＤ＝ＣＥ

である。

このことを証明しなさい。



【考え方】「２つの三角形は合同だから対応する辺の長さは等しい」ともっていきます。仮定や図形の性質などを調べ，合同条件を拾える三角形を設定します。

＊正三角形の定義　←（仮定として使えます。）

「３つの辺の長さの等しい三角形を正三角形という。」

＊３辺目が等しいことを証明するのだから「３辺」という合同条件は使えません。必然的に「２辺とその間の角」になるわけですが，その間の角はなぜ等しいのでしょうか。これがこの問題を解く鍵！

［考える手順］

1　合同を証明する三角形を設定する。

2　合同を証明する。（3つの合同条件とその理由を並記）

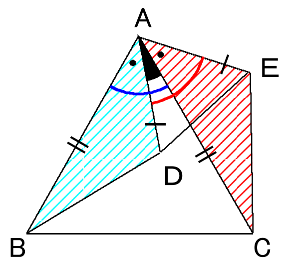
3　結論を書く。（理由も添えて書く）

［答　　案］

［仮定］ＡＢ＝ＢＣ＝ＣＡ

ＡＤ＝ＤＥ＝ＥＡ

［結論］ＢＤ＝ＣＥ



［証明］

△ＡＢＤと△ＡＣＥにおいて

・ＡＢ＝ＡＣ（仮定）…①

・ＡＤ＝ＡＥ（仮定）…②

・∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＥ（６０°－∠ＤＡＣ）…③

①，②，③から，２辺とその間の角がそれぞれ等しいので，△ＡＢＤ≡△ＡＣＥ

合同な図形では対応する線分の長さは等しいから，

ＢＤ＝ＣＥ

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

＊学習資料	証明の手順

合同条件は，次の(1)～(4)の順にさがしていきます。

(1) 三角形の合同条件は，まず **仮定** を使います。

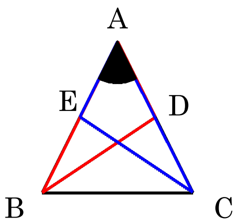
（仮定とは<u>問題文で書かれている</u>図形の性質です。）

(2) 次に，**共通** を使います。

（共通とは２つの三角形で共有している辺や角のことです）

＊角の共通の場合

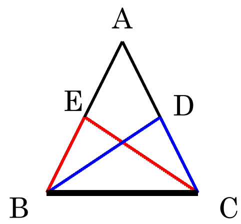
△ＡＢＤと
△ＡＣＥで



∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＥ（共通）

＊辺の共通の場合

△ＥＢＣと
△ＤＣＢで

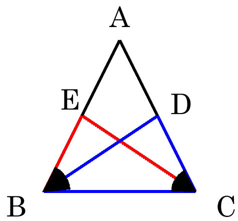


ＢＣ＝ＣＢ（共通）

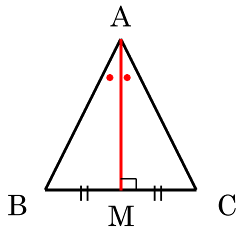
(3) 共通がないときは，**図形の性質** を使います。

次のような図形の性質が使えます。

・対頂角は等しい。
・平行線の錯角や同位角は等しい。
・二等辺三角形の底角は等しい。
（右図の左側の図）
・正三角形の３つの角は等しい。
・二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分する。
（右図の右側の図）



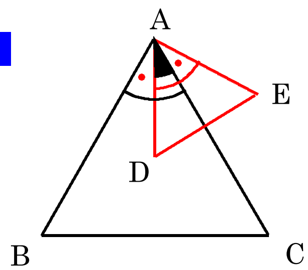
∠Ｂ＝∠Ｃ



ＡＭ⊥ＢＣ，
ＢＭ＝ＣＭ

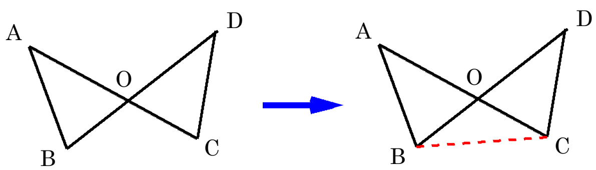
(4) それでも合同条件が足りない場合は，辺や角度を **計算** して辺や角が等しいことを説明します。

右図で，△ＡＢＣと△ＡＤＥが正三角形のとき
∠ＢＡＤ＝６０°－∠ＤＡＣ
∠ＣＡＥ＝６０°－∠ＤＡＣ
よって，∠ＢＡＤ＝∠ＣＡＥ



＊上の３つの作業でも合同条件がない場合には，合同な三角形ができるように補助線をひいて **作図** します。

ＡＢ＝ＤＣ，ＡＣ＝ＤＢで∠Ａ＝∠Ｄを証明するとき左図では合同な三角形がないので右図のような補助線を作図して，合同な三角形△ＡＢＣと△ＤＣＢを作る。



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

4

図形の性質　１・三角形

1 二等辺三角形の性質（その４）

（３／７）■　正三角形　■

◇《正三角形の性質を利用する証明》 **学力化**➡　　／　，

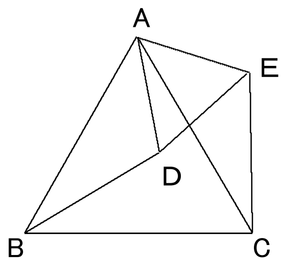
★理解のチェック★

右の図のように，頂点Ａが共通な正三角形ＡＢＣ，ＡＤＥをかくとき，

ＢＤ＝ＣＥ

である。

このことを証明しなさい。



【考え方】「２つの三角形は合同だから対応する辺の長さは等しい」ともっていきます。仮定や図形の性質などを調べ，合同条件を拾える三角形を設定します。

＊正三角形の定義　←（仮定として使えます。）
「３つの辺の長さの等しい三角形を正三角形という。」

＊３辺目が等しいことを証明するのだから「３辺」という合同条件は使えません。必然的に「２辺とその間の角」になるわけですが，その間の角はなぜ等しいのでしょうか。これがこの問題を解く鍵！

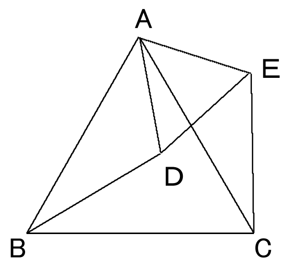
［考える手順］

1 合同を証明する三角形を設定する。

2 合同を証明する。（3つの合同条件とその理由を並記）

3 結論を書く。（理由も添えて書く）

［答　　案］



［仮定］

［結論］

［証明］

・　…①

・　…②

・　…③

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

4

図形の性質　１・三角形

1 二等辺三角形の性質（その４）

（４／７）■　正三角形　■

◇《正三角形の性質を利用する証明》学力化➡　／　,

★演習★【１】

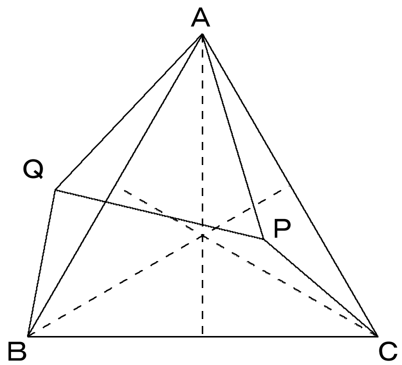
正三角形ＡＢＣの内部（辺上は含まない）に点Ｐがあり，線分ＡＰを１辺とする正三角形を１つ作る。ただし，図の中の破線は△ＡＢＣの内角の二等分線である。

点Ｐが内角の二等分線上にないとき，

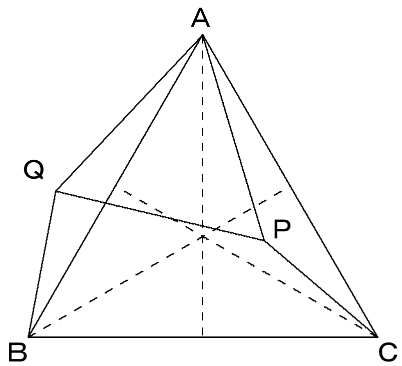
ＱＢ＝ＰＣ

である。

これを証明しなさい。



【考え方】合同条件として，正三角形の性質（＝内角はすべて６０°）を利用します。例題と同様に「６０°－共通角」を使います。



［考える手順］

1 合同を証明する三角形を設定する。

2 合同を証明する。
（3つの合同条件とその理由を並記）

3 結論を書く。
（理由も添えて書く）

［答　案］

［仮定］

［結論］

［証明］

・　…①
・　…②
・　…③

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

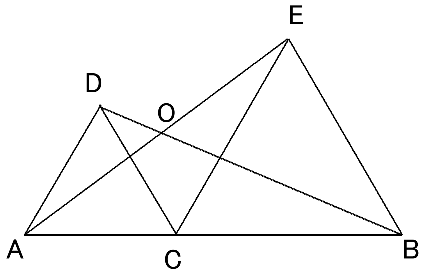
4

図形の性質　１・三角形
1　二等辺三角形の性質（その４）
（５／７）■　正三角形　■

◇《正三角形の性質を利用する証明》学力化➡　　／　，

★演習★【２】

線分ＡＢ上の１点をＣとし，ＡＣ，ＣＢをそれぞれ１辺とする正三角形ＡＣＤ，ＣＢＥをつくるとき，次の問いに答えなさい。
(1)　ＡＥ＝ＤＢであることを証明しなさい。
(2)　∠ＡＯＢの大きさを求めなさい。



【考え方】正三角形を含む合同問題では，６０°を合同条件を説明するのに使うと考えます。前の問題では「６０°－共通角」という形で使いました。すると，「６０°＋共通角」というのもあっていいわけです。いいわけですから，次の問題は，これを使うのだろうと予想します。

［考える手順］

1　合同を証明する三角形を設定する。

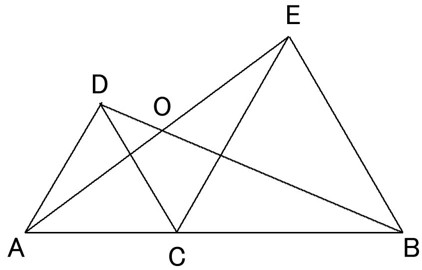
2　合同を証明する。（3つの合同条件とその理由を並記）

3　結論を書く。（理由も添えて書く）

［答　案］

［仮定］

［結論］



［証明］

・　…①
・　…②
・　…③

（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

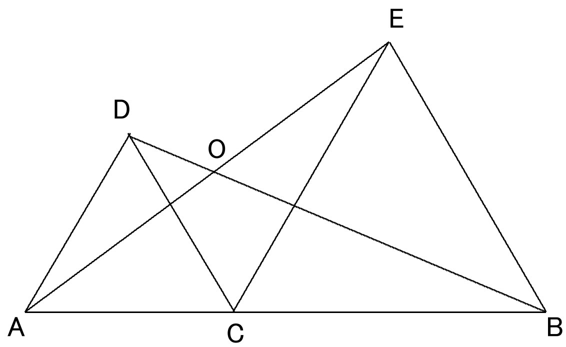
□ □　【図形の性質　No.４（５／７）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

(2)　[　　　　　　]°

（理由）

∠ＥＡＣ＝∠ＢＤＣ＝ａ，∠ＡＥＣ＝∠ＤＢＣ＝ｂとし，ａとｂと三角形の外角の性質を使って説明しなさい。



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

	4

図形の性質　１・三角形

１　二等辺三角形の性質（その４）

（６／７）■　正三角形　■

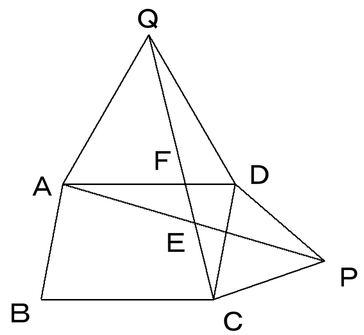
◇《正三角形の性質を利用する証明》**学力化**➡　／　，

★演習★【３】

右の図のように，平行四辺形ＡＢＣＤがある。この平行四辺形の外側に２つの辺ＣＤ，ＤＡをそれぞれ１辺とする正三角形ＣＰＤ，正三角形ＤＱＡを作り，ＣＱがＡＰ，ＡＤと交わる点をそれぞれＥ，Ｆとする。このとき次の問いに答えなさい。

(1)　ＱＣ＝ＡＰであることを証明しなさい。

(2)　∠ＡＥＦの大きさを求めなさい。



【考え方】★演習★【２】と同様に考えます。「正三角形」という文字を見たら６０°をどのように使うかを考えます。

［考える手順］

1　合同を証明する三角形を設定する。

2　合同を証明する。（3つの合同条件とその理由を並記）

3　結論を書く。（理由も添えて書く）

［答　　案］

［仮定］

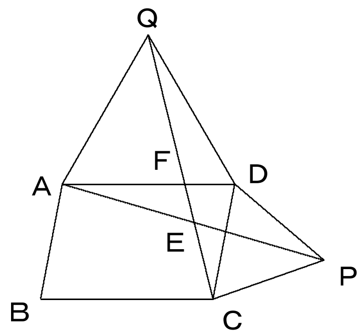
［結論］

［証明］

・　…①

・　…②

・　…③



（次のページへつづく）↗

■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

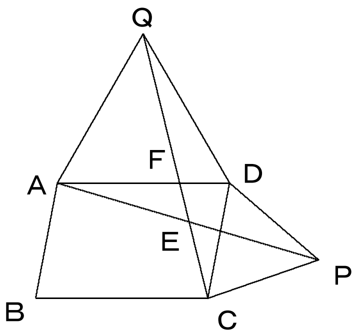
□ □　【図形の性質　No.４（６／７）】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

(2)　[　　　　　　　]°

（理由）

　∠ＤＱＣ＝∠ＤＡＰ＝ａとし，ａと三角形の外角の性質を使って説明しなさい。



■ ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

４

図形の性質　１・三角形

１ 二等辺三角形の性質（その４）

（７／７）■　正三角形　■

◇《正三角形の性質を利用する証明》学力化➡　／　，

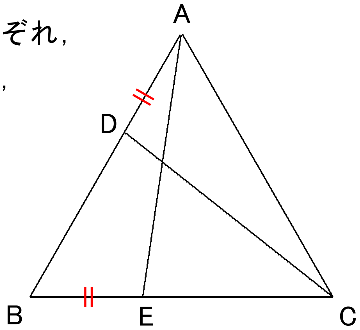
★演習★【４】

正三角形ＡＢＣの辺ＡＢ，ＢＣ上に，それぞれ，点Ｄ，Ｅを，ＡＤ＝ＢＥとなるようにとると，

ＡＥ＝ＣＤ

である。

これを証明しなさい。



【考え方】正三角形だからいつも「６０°ー共通角」や「６０°＋共通角」を使うわけではありません。６０°をそのまま使うこともあり，です。

［考える手順］

1 合同を証明する三角形を設定する。

2 合同を証明する。（3つの合同条件とその理由を並記）

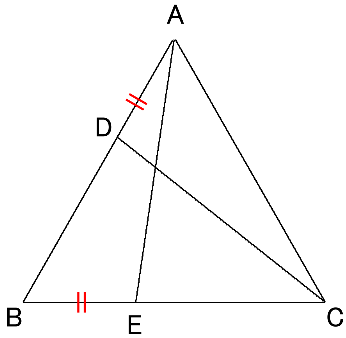
3 結論を書く。（理由も添えて書く）

［答　　案］

［仮定］

［結論］

［証明］



・　…①

・　…②

・　…③