

図形の性質 1・三角形

1 二等辺三角形の性質 (その3)

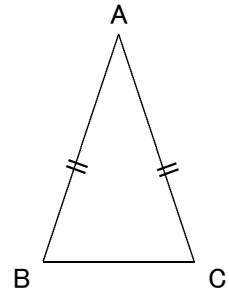
(1 / 7) ■ 二等辺三角形の性質を利用する証明 ■

二等辺三角形の定義と性質

★知識の整理★

(1) 二等辺三角形の定義

2つの辺が等しい三角形が
二等辺三角形である。



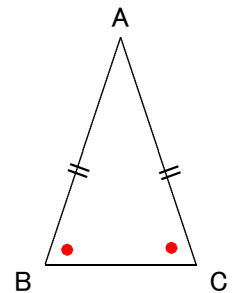
(2) 二等辺三角形の性質

① 二等辺三角形の底角は等しい。

$AB = AC$ ならば、 $\angle B = \angle C$

* 底角が等しい三角形は、二等辺三角形である。

$\angle B = \angle C$ ならば、 $AB = AC$

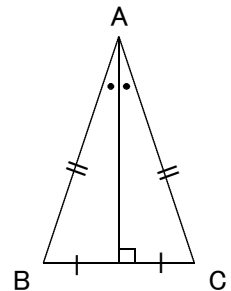


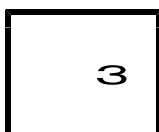
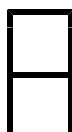
② 二等辺三角形の頂角の二等分線は、

底辺を垂直に二等分する。

$AB = AC$, $\angle BAD = \angle CAD$ ならば、

$AD \perp BC$, $BD = CD$





図形の性質 1・三角形

1 二等辺三角形の性質 (その3)

(2 / 7) ■ 二等辺三角形の性質を利用する証明 ■

(2) 二等辺三角形の性質を使った証明

— ●★解法の技術★の学習のしかた● —

- (1) 下の答案を理解し、「考え方」を覚えましょう。／覚えたら、.....
- (2) 模範解答を見ないで、「理解のチェック」の問題を解いてみましょう。
(答案を見ながら書くと勉強になりません。一度、「考え方」を頭の中に入れることが大切です。)

★解法の技術★

$\triangle ABC$ で $AB=AC$ とする。ABの中点をD, ACの中点をEとし、BE, CDの交点をPとすると、 $PB=PC$ である。
これを証明しなさい。

【考え方】等しいことを証明する辺を含む2つの三角形を設定します。

「2つの三角形は合同だから対応する辺の大きさは等しい」ともっていくのが基本ですが、この問題では、PBとPCを含む三角形を設定して、 $\triangle DBP \equiv \triangle ECP$ を証明しようとするとかかなり難しくなります。

そこで、「二等辺三角形の底角は等しい」という性質を使い、「底角の等しい三角形は二等辺三角形である」という証明をします。つまり、 $\angle PBC = \angle PCB$ を証明し、だから $PB=PC$ だ、と証明を進めます。

そこで、まず $\angle PBC$ と $\angle PCB$ をふくむ合同な三角形を見つけることから証明を始めます。

[答案]

[仮定] $AB=AC$

DはABの中点, EはACの中点

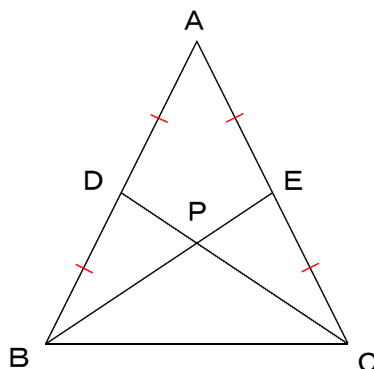
[結論] $PB=PC$

【注】仮定のすべてを証明で使うとは限りません。

仮定から導かれる図形の性質を使うことがしばしばあります。

この問題では、 $AB=AC$ は直接証明で使うわけではなく、ここから導かれる図形の性質である

$\angle DBC = \angle ECB$ (二等辺三角形の底角は等しい)を使います。



(次のページへつづく) →

ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。

□ □ 【図形の性質 No. 3 (2 / 7)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

[証明]

$\triangle DBC$ と $\triangle ECB$ において、

$$\left\{ \begin{array}{ll} DB = EC & \text{(仮定)} \quad \dots ① \\ BC = CB & \text{(共通)} \quad \dots ② \\ \angle DBC = \angle ECB & \text{(二等辺三角形の底角は等しい)} \quad \dots ③ \end{array} \right.$$

①, ②, ③から, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$$\triangle DBC \cong \triangle ECB$$

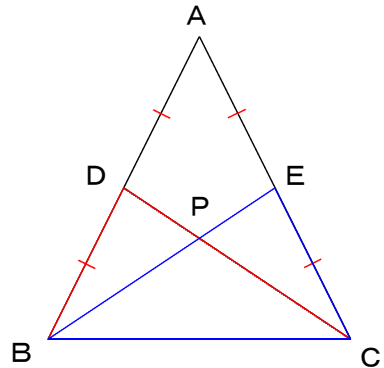
合同な三角形では対応する角の大きさは等しいから

$$\angle DCB = \angle ECB$$

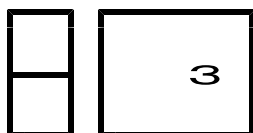
$\triangle PBC$ では, $\angle PCB = \angle PBC$

底角の等しい三角形は二等辺三角形であるから

$$PB = PC$$



ブラウザのバック矢印で前の文書に戻って下さい。



図形の性質 1・三角形

1 二等辺三角形の性質 (その3)

(3/7) ■ 二等辺三角形の性質を利用する証明 ■

◇ 《二等辺三角形の性質を利用する証明》 **学力化** → /

-----★理解のチェック★-----

$\triangle ABC$ で $AB=AC$ とする。 AB の中点を D 、 AC の中点を E とし、 BE 、 CD の交点を P とすると、 $PB=PC$ である。
これを証明しなさい。

[答 案]

*問題に合う図をかきなさい。⇒

[仮定] [] = []

D は []

E は []

[結論] [] = []

[証明]

\triangle [] と \triangle [] において

$$\left\{ \begin{array}{l} [] = [] \text{ (} \dots \text{ ①)} \\ [] = [] \text{ (} \dots \text{ ②)} \\ [] = [] \text{ (} \dots \text{ ③)} \end{array} \right.$$

①, ②, ③から, [] がそれぞれ等しいので

$$\triangle [] \equiv \triangle []$$

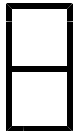
合同な三角形では [] は等しいから

$$[] = []$$

$\triangle PBC$ では, [] = []

[] の等しい三角形は二等辺三角形であるから

$$[] = []$$



図形の性質 1・三角形

1 二等辺三角形の性質 (その3)

(4 / 7) ■ 二等辺三角形の性質を利用する証明 ■

◇ 《二等辺三角形の性質を利用する証明》 **学力化** → /

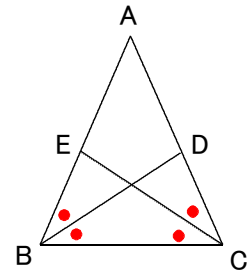
★演習★【1】

二等辺三角形 ABC で、底角 $\angle B$, $\angle C$ の二等分線が AC , AB と交わる点を、それぞれ D , E とする。

このとき、

$$BD = CE$$

であることを証明しなさい。



【考え方】等しいことを証明する辺を含む2つの三角形を設定します。

「2つの三角形は合同だから対応する辺の大きさは等しい」ともっていくのが基本です。

この問題では、 BD と CE を含む2つの三角形は、次のように2通りに設定できます。

(1) $\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ (2) $\triangle ABD$ と $\triangle ACE$

(2) の方が少し難しいので、ここでは (1) で証明してみましよう。

[答 案]

[仮定] [] = []

\angle [] = \angle [] (等しい角のそれぞれの半分)

[結論] [] = []

[証明]

\triangle [] と \triangle [] において

- | | |
|---|--|
| { | [] = [] () ① |
| | [] = [] () ② |
| | [] = [] () ③ |

①, ②, ③から、[] がそれぞれ等しいので

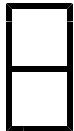
$$\triangle [] \equiv \triangle []$$

合同な三角形では [] は等しいから

$$[] = []$$

【注意】 $\triangle EBC$ と $\triangle DCB$ は裏返って重なるので、 BC に対応する辺は CB となります。

【注意】「二等辺三角形の底角は等しい」は、仮定ではなく、二等辺三角形の性質です。



図形の性質 1・三角形

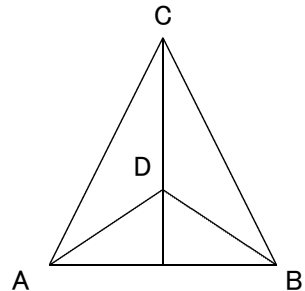
1 二等辺三角形の性質 (その3)

(5/7) ■ 二等辺三角形の性質を利用する証明 ■

◇ 《二等辺三角形の性質を利用する証明》 **学力化** → /

★演習★【2】

右の図の $\triangle CAB$ と $\triangle DAB$ は、ともに AB を底辺とする二等辺三角形である。このとき、直線 CD をのびした線は、 AB に垂直であることを証明しなさい。



【考え方】二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に二等分する。

よって、この問題では、 $\angle ACD = \angle BCD$ を証明すれば、 $CD \perp AB$ を証明したことになります。

そこで、等しいことを証明する角を含む2つの三角形を設定します。

「2つの三角形は合同だから対応する角の大きさは等しい」ともっていきます。仮定や図形の性質などを調べ、合同条件を拾える三角形を設定します。

[答 案]

[仮定] [] = [] , [] = []

[結論] [] \perp []

[証明]

\triangle [] と \triangle [] において

$$\left\{ \begin{array}{l} [] = [] \text{ (} \dots \text{) } \dots \text{①} \\ [] = [] \text{ (} \dots \text{) } \dots \text{②} \\ [] = [] \text{ (} \dots \text{) } \dots \text{③} \end{array} \right.$$

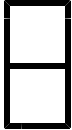
①, ②, ③から, [] がそれぞれ等しいので

$$\triangle [] \equiv \triangle []$$

合同な三角形では [] は等しいから

$$[] = []$$

よって、二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を [] するから、 [] \perp [] である。



図形の性質 1・三角形

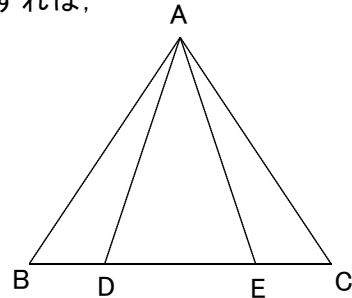
1 二等辺三角形の性質 (その3)

(6 / 7) ■ 二等辺三角形の性質を利用する証明 ■

◇ 《二等辺三角形の性質を利用する証明》 **学力化** → /

★演習★【3】

$AB = AC$ の二等辺三角形で、 $BD = CE$ とすれば、
 $\angle ADE = \angle AED$
 であることを証明しなさい。



【考え方】「2つの三角形は合同だから対応する角の大きさは等しい」ともっていきます。仮定や図形の性質などを調べ、合同条件を拾える三角形を設定します。

この問題では、仮定の $BD = CE$ より、 $BD + DE = CE + DE$ が合同条件として使えるということを見つけることが鍵となります。

[答 案]

[仮定] [] = []

[] = []

[結論] [] = []

[証明]

△ [] と △ [] において

- { [] = [] () ①
- { [] = [] () ②
- { [] = [] () ③

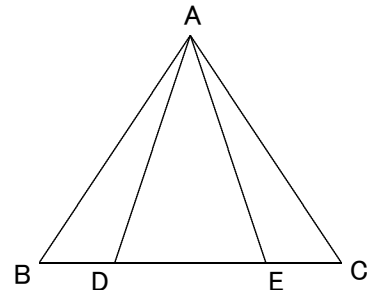
①, ②, ③から, [] がそれぞれ等しいので

$$\triangle [] \equiv \triangle []$$

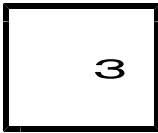
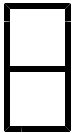
合同な三角形では [] は等しいから

$$[] = [] \quad \leftarrow * \text{ここには対応角をかく}$$

すなわち, [] = [] $\leftarrow * \text{ここには結論をかく}$



【注意】「二等辺三角形の底角は等しい」は、仮定ではなく、二等辺三角形の性質です。



図形の性質 1・三角形

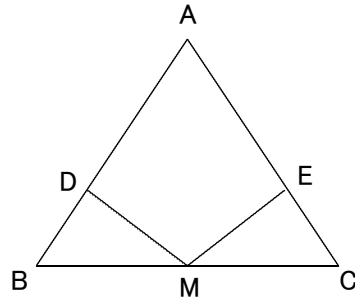
1 二等辺三角形の性質 (その3)

(7/7) ■ 二等辺三角形の性質を利用する証明 ■

◇ 《二等辺三角形の性質を利用する証明》 **学力化** → /

★演習★【4】

右の図で $AB = AC$, $BM = CM$, $\angle BMD = \angle CME$
 のとき,
 $DM = EM$
 であることを証明しなさい。



【考え方】「2つの三角形は合同だから対応する辺の長さは等しい」ともって
 いきます。仮定や図形の性質などを調べ、合同条件を拾える三角形を
 設定します。

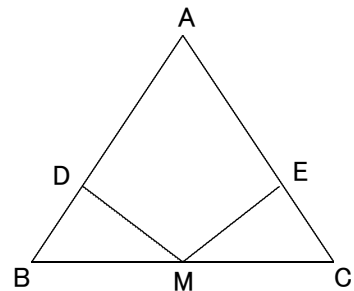
[答 案]

[仮定] [] = []

[] = []

[] = []

[結論] [] = []



[証明]

\triangle [] と \triangle [] において

- { [] = [] () ①
- { [] = [] () ②
- { [] = [] () ③

①, ②, ③から, [] がそれぞれ等しいので

$$\triangle [] \equiv \triangle []$$

合同な三角形では [] は等しいから

$$[] = []$$

【注意】「二等辺三角形の底角は等しい」は、仮定ではなく、二等辺三角形の性質です。