４

山形大学入試問題・前期　　2024.11.5(火)

# ２０２０年度　数学

（１／１）■　数学Ｂ　数列　■

## 【第４問】

第３項が５，第７項が１３である等差数列を$\{a_n\}$とし，数列$\{a_n\}$の初項から第$n$項までの和を$S_n$とする。また，

$$b_1=19,\quad b_{n+1}=b_n-2^{n-1}\quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定められた数列を$\{b_n\}$とし，数列$\{b_n\}$の初項から第$n$項までの和を$T_n$とする。このとき，次の問に答えよ。

★(1)　数列$\{a_n\}$の一般項と$S_n$を求めよ。

(2)　数列$\{b_n\}$の一般項と$T_n$を求めよ。

(3)　$U_n=\sum_{k=1}^{n} a_k b_k$ を求めよ。

(4)　$V_n=\sum_{k=1}^{n} |a_k b_k|$ を求めよ。

## 【　入試問題を解くための資料　】

### 【Ａ】（入試情報）

山形大学の入試問題（２０２０年度・数学）は，第１問から第６問まであり，
学部に応じて，次のように解答することが求められております。

| | | |
|---|---|---|
| 人文社会科学部 | 第１，２，３問 | （　９０分） |
| 理学部 | 第１，３，４，５問 | （１２０分） |
| 医学部 | 第１，３，５，６問 | （１２０分） |
| 農学部 | 第１，２，３，４問 | （１２０分） |

### 【Ｂ】（出題情報）

| | |
|---|---|
| 第４問の出題項目 | 数学Ｂ　数列 |
| 第４問の出題内容 | （等差数列）×（等比数列）型の数列の和 |

＊今回は，第４問のうち(1)のみの解答です。　◀(2)(3)(4)は別ファイルです。

### 【Ｃ】（対策情報）

数専ゼミの高校数学教材は，山形大学の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。
だから，この教材を学び切ることで，山形大学の入試問題を解く力が自然に身につきます。

● 第４問(1)を解くための基礎教材（数専ゼミオリジナル教材）

数学Ｂ　「等差数列・等比数列」　No.３（１／７）（２／７）　◀等差数列の一般項
No.４（１／８）（２／８）　◀等差数列の和

■　「等差数列・等比数列」の学習計画書

Link：→｜高校数学 ＭＥＮＵ｜：数学Ｂ【１】等差数列・等比数列

（次のページへつづく）↗

□ □　【山形大学入試問題・前期　２０２０年度・第４問 (1)】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

## 【　入試問題の解き方　】

【考え方】(1)　等差数列の一般項を求める問題です。
初項 $a$，公差 $d$ として，求める一般項を $a_n = a + (n-1)d$ とおきます。
第３項が５，第７項が１３なので，これらを一般項の式に代入すると $a$ と $d$ についての連立方程式ができます。これを解いて $a$ と $d$ を求め，これらを一般項の式に代入すれば一般項が求まります。
後半は，等差数列の和を求める問題です。
公式に，初項１，公差２，項数 $n$ を代入して求めます。

いずれも数列の基本中の基本の問題です。解けない人は絶対いない問題です。

**【山形大学入試出題原理】**

山形大学の入試問題の多くは，前の問の結果をうまく取り込むことで，次の問が解けるように作問されています。この「入試出題原理」をうまく使いきれるかどうかが正解できるかどうかの分かれ目になります。

＊この第４問 (1) の問題では…
(3) や (4) だけの問題であると，答案を組み立てるのが煩雑で見通しがわるくなります。
そこで，(3) と (4) の問題を分割し，(3) と (4) を解くときに使うデータを，(1) と (2) で求めさせています。（採点するときにも，このようにしておくとずっと”楽”です。(*^_^*)＼）

［答　　案］

1（等差数列の一般項を求める）

初項 $a$，公差 $d$ として，求める一般項を　$a_n = a + (n-1)d$　とすると，
$a_3 = 5$ であるから，$5 = a + (3-1)d$ より，$5 = a + 2d$　…①
$a_7 = 13$ であるから，$13 = a + (7-1)d$ より，$13 = a + 6d$　…②

①，②を連立方程式として解くと，

$$\begin{array}{rl} & 5 = a + 2d \\ -) & 13 = a + 6d \\ \hline & -8 = -4d \\ & 2 = d \quad \cdots ③ \end{array}$$

③を①に代入して，
$5 = a + 2 \times (2)$
$1 = a$
よって，$(a,\ d) = (1,\ 2)$

よって，求める一般項は，$a_n = 1 + (n-1) \times 2 = \underline{2n-1}$

2（等差数列の和を求める）

$S_n$ は，初項１，公差２，項数 $n$ の等差数列の和であるから，

$$S_n = \frac{1}{2} n \{2 \cdot 1 + (n-1) \cdot 2\} = n^2$$

よって，$\underline{S_n = n^2}$