

体験学習 on Web / 高校数学B_019

漸化式と数学的帰納法 No. 1 1

 S_n を含む漸化式

▶ 2024. 10. 27 (日)

漸化式の第 1 1 番目のテーマ「 S_n を含む漸化式」のお勉強です。

恒例により、

漸化式を学ぶときにはいつでも、学習を始める前に、

そのタイプの漸化式の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。

詳しくは、こちら → Link | [Essay_954](#) | : 教材 | [No.0_03 漸化式ナビ Ver3](#) |

「 S_n を含む漸化式」の式の形の特徴を覚えましょう

まず、「 S_n を含む漸化式」というのはどんな式の形をしているのでしょうか。

問題が与えられたら、これは「 S_n を含む漸化式」だ、と瞬時に見分ける力が必要です。

いっぱいある漸化式の中から。これは「 S_n を含む漸化式」だ、

と見分けることができ初めて「 S_n を含む漸化式」の解法を適用できるからです。

生徒 A 子：「あつたりまえでしょうが…」

はい、あつたりまえのことをするのが”数学”ですから…

いや、あつたりまえのことしかしないのが”数学”ですから…

生徒 A 子：「うむ！

奥が深い！」

とりあえず、「 S_n を含む漸化式」の”実物”をご覧下さい。

次のようなものが「 S_n を含む漸化式」です。一般形は、 $a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$, $a_1 = S_1$ です。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和を S_n とするとき、

$$S_n = 2a_n + 4n - 3$$

を満たしている。

- (1) a_{n+1} と a_n との関係式を求めなさい。
- (2) 一般項 a_n を求めなさい。

これまで学習した漸化式の問題とはかなり違っているので、覚えやすい型といえます。

特徴といえば、数列の和が一般項で定義されている問題といえます。

一般形で表される式を使うことで漸化式を求めることができます。

この漸化式は、特性方程式型であったり、等比型であったり、 n 乗型であったり与えられた条件によっていろいろな型になりますが、これらは既習事項なので、できた漸化式を見ればすぐにどの型であるか判別できます。

そこで、その型の解法を使えば求める数列の一般項を求めることができます。

「 S_n を含む漸化式」の解き方(前半部分)

上の問題では、問題の中に誘導条件が含まれているので、ありがたく使わせてもらいます。つまり、

「(1) a_{n+1} と a_n との関係式を求めなさい。」ということは、 $a_{n+1} =$ ” a_n を含む式(漸化式)”を作りなさい、という”指示”です。

$a_{n+1} = S_{n+1} - S_n$ ですから、

$$S_n = 2a_n + 4n - 3 \quad \cdots \textcircled{1}$$

この式の n に $n+1$ を代入して、 $S_{n+1} = 2a_{n+1} + 4(n+1) - 3 \quad \cdots \textcircled{2}$ を作り、

$\textcircled{2} - \textcircled{1}$ を計算すると、左辺が a_{n+1} 、右辺が a_{n+1} や a_n を含む式になるので、これを整理すると、指示された漸化式が求まります。

これが、このタイプの漸化式の決定的な特徴で、これ以上でもこれ以下でもありません。

つまり、この操作ができるようになれば、この型の漸化式が解けるようになった、ということになります。

以上がこの型の解法プロセスの前半部分です。

「 S_n を含む漸化式」の解き方(後半部分)

漸化式ができしまえば、前述のように、それぞれの漸化式の型の解き方に応じて一般項を求めればいいのです。

実際の解法プロセスについては、教材をご覧ください。

詳しく説明してあります。

誘導条件がない問題

次のように誘導問題もなにもない不親切な問題もあります。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n が、

$$S_n = n - 2a_n$$

で表されるとき、 a_n を n の式で表しなさい。

あわてることはありません。

数列の和が一般項で定義されている問題ですから、解き方は、前問と同じです。

自分のペースに合わせて、前問のような解法プロセスの答案を作ります。

漸化式の問題の解き方(一般)

漸化式の一般項を求める問題では、いつものことですが、まず、漸化式の形の違いを認識し、どのタイプの漸化式なのかを定めることから始めます。(《漸化式ナビ_Ver3》を利用)

次に、それぞれのタイプに応じた解法を選定します。

このような全体の解き方の流れを予め設計した後で、答案を書き始めます。

漸化式のタイプの判別とそれに応じた解法の関連づけを覚えるには…

”ランダム”に問題を解く練習をします。

たとえば、漸化式の問題をカードなどにかいて、シャッフルしてから束ねて、上のカードから順に解いていく、という学習法です。

最初はなかなかうまくいきません。

タイプの判別はできても、そのタイプの解法の全体の流れが思い出せないのですね。

そんなときは、そのつど、型の判別とその型の解き方について、学習したプリントを振り返って何回も見直し、覚え直します。**知識の体系化**です。これが**応用力の源泉**になります。

そのためには、《漸化式ナビ_Ver3》を一番前におき、学習したプリントをNo.順にファイリングしておきます。これは、漸化式の”解法事典”になります。

エピローグ

これで文系の方が学ぶべき11のタイプの漸化式のお勉強はおしまいです。

この辺で、漸化式の型の判別と解き方の関連づけの練習もしておかなければなりません。

今回は、その方法も述べてみました。少しずつやっておきましょう。

◀●■ 学習教材 ■●▶

高校数学B・数列 3・漸化式と数学的帰納法 No. 1 1

1 漸化式（その7）

■ S_n を含むを含む漸化式 ■

学習教材 → Link: | [高校数学B・教材サンプル MENU](#) |

／数学B [3] 漸化式と数学的帰納法 記録 プリントNo. 1 1

★演習★は、数専ゼミ・東原教室で指導しています。いつからでも入塾できます。

漸化式に強くなる数専ゼミの数列指導

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

基礎とテスト対策は数専ゼミで！

- 在籍学年に関係なく、算数・数学のどの分野でも学習できます。
いつからでも、どこからでも、始められます。
- 他塾に在籍していても、**数専ゼミ**で「**算数・数学**」だけ指導を受けることもできます。

* コマーシャル 数専ゼミ・山形東原教室 → Link : | [入学案内書](#) |