

体験学習 on Web / 高校数学B_012

漸化式と数学的帰納法 No.6

分数型漸化式(その1)

▶ 2024.10.18(金)

漸化式の第6テーマの「分数型漸化式」のお勉強です。

恒例により、

漸化式を学ぶときにはいつでも、学習を始める前に、

そのタイプの漸化式の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。

詳しくは、[こちら](#) → Link | [Essay_954](#) | :教材 | [No.0_03 漸化式ナビ Ver3](#) |

「分数型漸化式」の解法パターンの全体像

最初に、「分数型漸化式」には、どんな形の式があり、どのような解法のパターンがあるかということを一覧表にしてまとめてみました。

I 型 : $a_{n+1} = \frac{a_n}{4-6a_n}$ / (一般形) $a_{n+1} = \frac{pa_n}{qa_n+r}$
 (操作手順) **両辺の逆数をとる** → 特性方程式型漸化式 → 等比型漸化式 になる場合
 → 等差型漸化式 になる場合

II 型① : $a_{n+1} = \frac{a_n-1}{a_n+3}$ (誘導条件) $b_n = \frac{1}{a_n+1}$ / (一般形) $a_{n+1} = \frac{pa_n+s}{qa_n+r}$
 (操作手順) **誘導条件を使って、与式を b_n だけで表し、** $\{b_n\}$ の一般項を求め、
 b_n を戻して数列 $\{a_n\}$ の一般項を求める。
 → 等差型漸化式 になる (誘導条件の分子が定数の場合)

II 型② : $a_{n+1} = \frac{5a_n+3}{a_n+3}$ (誘導条件) $b_n = \frac{a_n-3}{a_n+1}$ / (一般形) $a_{n+1} = \frac{pa_n+s}{qa_n+r}$
 (操作手順) **誘導条件を使って、与式を b_n だけで表し、** $\{b_n\}$ の一般項を求め、
 b_n を戻して数列 $\{a_n\}$ の一般項を求める。
 → 等比型漸化式 になる (誘導条件の分子に a_n を含む場合)

分数型といっても、式に分数がふくまれているからではなく、
分母に a_n を含む式だけを「分数型漸化式」といいます。

「分数型漸化式」には、一般項の求め方について、2つのパターンがあります。
 それが上のI型とII型です。

ちがいは、分子に定数項を含むかどうか，です。

Ⅱ型は，両辺の逆数をとって一般項を求めることができないので，基本的には「誘導条件」が付きます。

これを使って”おきかえ”によって置きかえた数列の一般項をもとめ，最後にそれを戻して求める数列の一般項を求めます。

だから，同じ分数型といっても，一般項を求める操作はまったく異なります。

「分数型漸化式」の解法のヒューリスティックス

「分数型漸化式」の解法のヒューリスティックスは，次のようになります。

1. ほかの漸化式から分数型を見分ける。
2. 2つのタイプの分数型を区別する。
3. 分数型のそれぞれのパターンに応じて，
まず，基本形（等差型，等比型，特性方程式型）漸化式をつくる。
4. それぞれの基本形の漸化式を解く。
5. 置きかえたときは，戻して問題の数列の一般項を求める。

エピローグ

「分数型漸化式」のそれぞれのパターンについての解法の詳細は，次回から始めます。
今回は，「分数型漸化式」とはどんな形をしているのか，
どんなパターンがあるのか，パターンの特徴をしっかりと頭に入れておいて下さい。

具体的な操作方法は，後で問題を解きながら学習します。
個々の問題を解く時には，この表と照らし合わせつつ，
今は，どのタイプの解き方を学習しているのか，など
その解法の，全体の中での位置を確認しながら学習を進めて下さい。

ここまで述べたことは，具体的な問題がないと，理解できませんので，
前もって，「分数型漸化式」の問題を紹介しておきます。

◀●■ 学習教材 ■●▶

高校数学B・数列 3・漸化式と数学的帰納法 No.6

1 漸化式（その5）

■ 分数を含む漸化式 ■

学習教材 → Link : | [高校数学B・教材サンプル MENU](#) |

／数学B [3] 漸化式と数学的帰納法 記録 プリントNo.6

★演習★は，数専ゼミ・東原教室で指導しています。いつからでも入塾できます。

漸化式に強くなる数専ゼミの数列指導

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

基礎とテスト対策は数専ゼミで！

- 在籍学年に関係なく、算数・数学のどの分野でも学習できます。
いつからでも、どこからでも、始められます。
- 他塾に在籍していても、**数専ゼミで「算数・数学」**だけ指導を受けることもできます。

* コマーシャル 数専ゼミ・山形東原教室 → Link: | [入学案内書](#) |