

体験学習 on Web / 高校数学B_007

漸化式と数学的帰納法 No. 4

階差タイプ(その3)

▶ 2024. 10. 13(日)

今回は、階差タイプの漸化式のお勉強です。

まず、「階差タイプの漸化式」の漸化式全体の中の位置を確認して下さい。

詳しくは、こちら → Link | [Essay_954](#) | :教材 | No.0_03 漸化式ナビ Ver3 |

” 具体的一般 ” で思考プロセスを覚えましょう！

漸化式の階差タイプの式の形は、瞬時に判別できるようになりましたか。

見た瞬間に、「これは”階差だ”！」と見抜けることが肝心です。

第1回で、階差タイプの漸化式的具体例で、第5項を求める思考プロセスを紹介しました。ここで、再録します。

漸化式を活用して数列の一般項を求める具体的一般の思考プロセスですから、この具体的一般を通してしっかりとこの流れをトレースできるようにしておきましょう。

第5項の値を求める

$$\begin{array}{cccccc}
 n & : & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & \dots \\
 \{a_n\} & : & \boxed{3}, & 4, & 7, & 12, & \color{red}{19}, & \dots \\
 \{b_n\} & : & \color{red}{1}, & \color{red}{3}, & \color{red}{5}, & \color{red}{7}, & \dots, & 2n-1
 \end{array}
 \qquad
 \begin{array}{l}
 \color{red}{\rightarrow} 19 = \boxed{3} + \underbrace{(1+3+5+7)}_{\sum_{k=1}^{5-1} b_k}
 \end{array}$$

数列 $\{a_n\}$ の第5項の値を求めてみます。

数列 $\{a_n\}$ の初項は3です。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $(5-1)$ 項までの項間の差の和を加えます。

$$\boxed{3} + \underbrace{(1+3+5+7)} = 19$$

となります。

和の部分を、階差数列の一般項を使って表現すると、

$$\boxed{3} + \sum_{k=1}^{5-1} (2k-1)$$

となります。

これを計算すれば、数列 $\{a_n\}$ の第5項の値が求まります。

この計算は、次のようになります。

$$\begin{aligned}
 a_5 &= a_1 + \sum_{k=1}^{5-1} b_k \\
 &= 3 + \sum_{k=1}^{5-1} (2k-1) \\
 &= 3 + 2 \sum_{k=1}^4 k - \sum_{k=1}^4 1 \\
 &= 3 + 2 \times \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot (4+1) - 4 \\
 &= 3 + 20 - 4 \\
 &= 19
 \end{aligned}$$

第n項の値 = 一般項を求める

この数列 $\{a_n\}$ の一般項（第 n 項）を求めてみます。
 次のような問題として与えられます。

$$a_1 = 3, \quad a_{n+1} = a_n + 2n - 1$$

で定義される数列の一般項 a_n を求めなさい。

数列 $\{a_n\}$ の初項は 3 です。

数列 $\{a_n\}$ の初項から第 $(n-1)$ 項までの項間の差の和を加えます。

$$a_n = \text{3} + \sum_{k=1}^{n-1} (2k-1) \quad \dots \text{①}$$

となります。

ここで大切なことは、階差数列の項数は $n-1$ 個であるということです。

生徒A子：「そんなの覚えたがね！」

いや、覚えちゃだめです。

なぜ”-1”なのかを理解することです。

理解していない人は、今後、漸化式がたくさん、たくさんでてくると、いつのまにか

$$\sum_{k=1}^n (2k-1)$$

となってしまう。

生徒A子：「うん、うん、わかる、わかる…

つい、”なじんだ”形を使ってしまおうんだなあ、これが…」

あのね、要するに”植木算”なわけです。

木と木の間は、木の本数より1本だけ少ないわけですね。

階差数列は、もとの数列の項と項の間の数値の列ですから、

項の数は、求めるもとの数列の項の数よりも1つ少ない、ということです。

だから、もとの数列の第 n 項の値をもとめるには、

もとの数列の初項に、階差数列の $n-1$ 個の項の和を加えればいいわけです。

生徒A子：「そっか，な～るほどっ！
センセのたとえば，いつも分かりやすいねえ。
センセ，そのうちにきっと偉くなる…
…と，いいね！」

ん？！
はい，はい，暖かいご支援をありがとうございます。
では，お勉強を続けましょうね。

上の①を計算すれば，数列 $\{a_n\}$ の第 n 項が求まりますが…
生徒A子くんとお話をしてしまいましたので，残りのページがなくなりました。
計算は，次回になります…。(*^_^*)\

生徒A子：「いいよ，次回で…
きょうは，「階差数列の項の個数は， $n - 1$ 個だけ」
と，しっかりと覚えたから…」

あのねえ…
だから，覚えちゃダメなの！
ったくう…

紹介する教材は，前回と同じです。

◀●■ 学習教材 ■●▶

高校数学B・数列 3・漸化式と数学的帰納法 No. 4

1 漸化式（その3）

■ 階差タイプ ■

学習教材 → Link : | [高校数学B・教材サンプル MENU](#) |

／数学B [3] 漸化式と数学的帰納法 記録 プリントNo. 4

★演習★は，数専ゼミ・東原教室で指導しています。いつからでも入塾できます。

漸化式に強くなる数専ゼミの数列指導

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp