

数学の問題が解けるようになる学習法(2)

▶ 2024. 9. 22 (日)

フロローグ

「解法パターン」というのは、数学の授業や参考書でよく使われる言葉です。ところで、「解法パターン」とはどんなもので、問題を解く時にどのようにして使うのでしょうか。これが、当たり前のようにいてよくわかりません。というよりも、間違って理解されているものだから、実際に、難しい問題を解くときに、パターンを有効に使っていません。

今回は、「2重根号をはずす解法パターン」を例として、いかにうまくパターンを使って問題を解くかについて具体的にお話しましょう。

「2重根号をはずしかた」の4パターン

2重根号のはずしかたには、次の①～④の4パターンがあります。(⑤はパターンの混合型)

①型 $\sqrt{4+2\sqrt{3}}$ 型 (基本型) ◀このように、型は具体例(具体的一般形)で覚えます。

$$\sqrt{(a+b)+2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} + \sqrt{b} \text{ より,}$$

「かけて3になる2数のうち、その和が4になる」組み合わせを見つける。

ただし、 $a > 0$, $b > 0$ とする。

$$\sqrt{4+2\sqrt{3}}$$

① 和と積で書きかえる $= \sqrt{(3+1)+2\sqrt{3 \cdot 1}}$ ◀かけて3、たして4になる2数は、3と1。

② 2重根号をはずす $= \sqrt{3} + \sqrt{1} = \underline{\underline{\sqrt{3}+1}}$

②型 $\sqrt{5-\sqrt{24}}$ 型: $2\sqrt{\quad}$ を作るために、

$\sqrt{\quad}$ の中の 2^2 を外へ出す型

$$\sqrt{5-\sqrt{24}}$$

① 基本型をつくる $= \sqrt{5-\sqrt{2^2 \times 6}} = \sqrt{5-2\sqrt{6}}$ ◀基本型になった。

② 和と積で書きかえる $= \sqrt{(3+2)-2\sqrt{3 \cdot 2}}$ ◀かけて6、たして5になる2数は、3と2。

③ 2重根号をはずす $= \underline{\underline{\sqrt{3}-\sqrt{2}}}$

③型 $\sqrt{9+4\sqrt{2}}$ 型: $2\sqrt{\quad}$ を作るために、

$\sqrt{\quad}$ の前の2以外の因数を平方数にして $\sqrt{\quad}$ の中へ入れる型

$$\sqrt{9+4\sqrt{2}}$$

- ① 基本型をつくる $= \sqrt{9+2\sqrt{2^2 \times 2}} = \sqrt{9+2\sqrt{8}}$ ◀基本型になった。
- ② 和と積で書きかえる $= \sqrt{(8+1)+2\sqrt{8 \cdot 1}}$ ◀かけて8、たして9になる2数は、8と1。
- ③ 2重根号をはずす $= \sqrt{8+\sqrt{1}} = \underline{2\sqrt{2+1}}$

④型 $\sqrt{6+\sqrt{35}}$ 型： $2\sqrt{\quad}$ を作るために、

$\sqrt{\quad}$ の中の数全体を2倍して2でわる型 ◀基本型を作るために。

* 分母の $\sqrt{2}$ は最後に有理化しておく。

- ① 基本型をつくる $= \sqrt{\frac{12+2\sqrt{35}}{2}}$ ◀基本型になった。
- ② 和と積で書きかえる $= \frac{\sqrt{(7+5)+2\sqrt{7 \cdot 5}}}{\sqrt{2}}$ ◀かけて35、たして12になる2数は、7と5。
- ③ 2重根号をはずす $= \frac{\sqrt{7+\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$
- $= \frac{\sqrt{14+\sqrt{10}}}{2}$ ◀分母の有理化

★

⑤ $\sqrt{9-3\sqrt{5}}$ 型： $2\sqrt{\quad}$ を作るために、

① $\sqrt{\quad}$ の中の数全体を2倍して2でわる型 ◀基本型を作るために。

② $\sqrt{\quad}$ の前の2以外の因数を平方数にして $\sqrt{\quad}$ の中へ入れる型

③ ④型の処理を行い、その後で②の処理を行う。(④と②の混合型)

* 分母の $\sqrt{2}$ は最後に有理化しておく。

- ① 基本型をつくる $= \sqrt{\frac{18-2 \times 3\sqrt{5}}{2}}$ ◀2倍して2でわる。／④型
- $= \frac{\sqrt{18-2\sqrt{3^2 \times 5}}}{\sqrt{2}}$ ◀内側の根号の前の2以外の因数を平方数にして根号の中へ入れる。
- $= \frac{\sqrt{18-2\sqrt{3 \times (3 \times 5)}}}{\sqrt{2}}$ ◀内側の根号の中の因数を組みかえて、和が18になる2数を調べる。
- ② 和と積で書きかえる $= \frac{\sqrt{(3+15)-2\sqrt{3 \cdot 15}}}{\sqrt{2}}$ ◀かけて45、たして18になる2数は、3と15。
- ③ 2重根号をはずす $= \frac{\sqrt{15-\sqrt{3}}}{\sqrt{2}}$ ◀分母の2重根号をはずす。
- $= \frac{\sqrt{30+\sqrt{6}}}{2}$ ◀分母の有理化

4パターンの相互関係

「2重根号のはずし方」は、上で紹介した①～④の4パターンがあります。
この4パターンを理解するうえで大切なことは、これらのパターンはただ4個並んであるだけでなく、すべての型が内的に関連しているということです。
(これは、型を混ぜた問題を解く時の基礎になる考え方です。)

4パターンはすべて①の基本型を作ることをめざして、前処理をしています。
だから、2重根号のはずし方は、次の公式で表される1つの種類しかありません。

$$\text{2重根号のはずし方の公式：} \sqrt{(a+b)+2\sqrt{a\cdot b}} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$$

パターンの違いは、①基本型を作るための前処理のしかたの違いです。
だから、型を混ぜた問題を解く時、与えられた式は、どうしたら①基本型に変形できるかを考えます。変形のしかたは、①を除く②から③の3種類とその組合せしかありません。

「2重根号」の学習計画

そこで、2重根号のはずし方の学習は、次のステップで進めます。

- ・最初は、①～⑤の個々のパターンが使えるように練習します。
プリントNo. 22 (1 / 10) ~ (8 / 10)
- ・次に、型を選んで2重根号をはずす練習をします。(混合問題)
プリントNo. 22 (9 / 10) ~ (10 / 10)
- ・これらの基礎学習の後に、2重根号をはずすことを利用した複雑な計算問題の練習をします。
ここからの学習計画については、[数学I・実数の「学習計画書」](#)をご覧ください。
プリントNo. 23 ~ No. 26

【学習教材】

高校数学 I ・ 数と式 2 ・ 実数 No. 22
4 2重根号 (その1)
■ 2重根号のはずし方 ■

学習教材 → Link : | [高校数学 I ・ 教材サンプル MENU](#) | / [2] 実数 No. 22

★演習★は、数専ゼミ・東原教室で指導しています。いつからでも入塾できます。

基礎とテスト対策は数専ゼミで！

- 在籍学年に関係なく、算数・数学のどの分野でも学習できます。
いつからでも、どこからでも、始められます。
- 他塾に在籍していても、**数専ゼミで「算数・数学」だけ指導を受ける**こともできます。

* コマーシャル 数専ゼミ・山形東原教室 → Link : | [入学案内書](#) |