

体験学習 on Web / 中学3年数学_013

2次方程式 No. 1 6

解の公式

▶ 2024. 9. 9 (月)

2次方程式の解法－学習計画

「2次方程式の解法の全体のしくみ」を確認しておきます。
Essay_890で紹介したように、「2次方程式の解法」は4種類あります。

- ① 因数分解を利用した解き方
- ② 平方根の考え方を使った解き方
- ③ 平方完成の解き方
- ④ **解の公式を使った解き方** ◀ 今回

「④解の公式を使った解き方」の学習計画

「④解の公式を使った解き方」では、次の3つの学習をします。

- No. 1 6 **解の公式を導く** ◀ 今回 (Essay_904) の学習
- No. 1 7 一般形の2次方程式① (解が無理数の場合)
- No. 1 8 一般形の2次方程式② (解が有理数の場合)

【注】2次方程式の「一般形」とは、 $ax^2 + bx + c = 0$ の形をした等式です。
解の公式を使って2次方程式の解を求めるとき、解が無理数になるのが一般です。
無理数の中が平方数になると解は有理数になりますから、こちらが特殊になります。
このへんについては、No. 1 7, 1 8で詳しく学習します。
いまは、解の公式をめぐる全体の学習のしくみを理解しておいてください。

④解の公式を使った解き方

解の公式は2次方程式の解法の最も一般的な解法です。
これだけ知っていればすべての型の2次方程式を解くことができます。
他の3つの解法を知らなくてもだれでも解けます。
しかし、解の公式を忘れたら…？
”アウト”です。
忘れてもいいように準備しておくのが数学の応用力の基礎です。
”忘れたら自分で作ればいい”だけの話です。

といっても、これからまったく新しいことを学習しようというわけではありません。

これからやることは、すでにNo. 1 1で学習しています。

新しいところは、 x^2 の係数が1以外の数である、ということだけです。

もし、No. 1 1の③平方完成の解き方（ x の係数が奇数）に不安がある人は必ずもう一度学習しておきましょう。それをしないと、”おたおた”します。

解の公式を導く”段取り”

解の公式は、係数はすべて文字です。

しかし、いきなりこの形で公式を導くのはたいへんです。

(段取り・その1)

そこで、係数が具体的な整数の場合を用いて、解の公式を導く”リハーサル”を行います。

No. 1 6 (1 / 6) ~ (3 / 6)

(段取り・その2)

その後で、”正調”解の公式を導きます。No. 1 6 (4 / 6) ~ (5 / 6)

(段取り・その3)

そして、最後はきわめつき、

係数がとんでもない文字を使って解の公式を導き、それが正しいことを検証します。

解の公式を導く

解の公式を導く教材を紹介しましょう。

式の変形のひとつひとつに、なにをどのようにしたのかのコメントが入っています。

これを読めばだれでも解の公式を導くことができるようになります。

ただし、紙にかいて練習しないと身につけません。

プリントを見て、”わかった”では作れません。

◇ 《解の公式を導く》 **学力化** → /

次の2次方程式を完全平方式をつくって解きなさい。

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad (a, b, c \text{ は定数, } a \neq 0)$$

【考え方】 x^2 の係数を1にすることから始めます。

[考える手順]

0 x^2 の係数を1にする

1 定数項は右辺へ移項

>

2 x の係数の半分の2乗を、両辺にたす

[答 案]

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

(左辺を平方完成する)

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \quad \leftarrow \text{等式の性質}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \quad \blacktriangleleft \text{左辺は因数分解, 右辺は計算}$$

> (方程式を解く)

$$x + \frac{b}{2a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \blacktriangleleft \text{右辺は有理化する}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \blacktriangleleft \text{左辺の定数項を右辺へ移項}$$

▲ 右辺から移項した数字は±の前に書く

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \blacktriangleleft \text{分数は通分した形に直しておく}$$

【右辺の和の計算】

$$\begin{aligned} -\frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ &= -\frac{4ac}{4a^2} + \frac{b^2}{4a^2} \\ &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \end{aligned}$$

★知識の整理★

$ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c は定数, $a \neq 0$)は、
2次方程式の一般の形であるから、これを解いた

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

もまた、すべての2次方程式の解を一般的に表している。
これを、2次方程式の **解の公式** と言います。

【解の公式】

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \quad (a, b, c \text{は定数, } a \neq 0) \text{で} \\ x &= \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \end{aligned}$$

エピローグ

次回は、2次方程式の解の公式を使って、2次方程式の解を求めてみます。

No. 17 一般形の2次方程式① (解が無理数の場合)

No. 18 一般形の2次方程式② (解が有理数の場合)

【学習教材】

中3 数学・2次方程式 No.16 3・解の公式
1 解の公式を導く
■ * ■

学習教材 → Link : | [中3 数学・教材サンプル MENU](#) | / 中3 数学 [3] 2次方程式 No.16

★演習★は、数専ゼミ・東原教室で指導しています。いつからでも入塾できます。

2次方程式の基本から入試問題までていねいに指導する

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数学の入試対策は数専ゼミで！

- 山形県公立高校入試対策の学習(数学, 英語)は、
数専ゼミで、いつからでも、どこからでも、始められます。
- 他塾に在籍していても、**数専ゼミで「数学」**だけ指導を受けることもできます。

* コマーシャル 数専ゼミ・山形東原教室 → Link : | [入学案内書](#) |