

体験学習 on Web / 中学3年数学_012

2次方程式 No. 1 1

平方完成の方法③

▶ 2024. 9. 8 (日)

2次方程式の解法 - 学習計画

「2次方程式の解法の全体のしくみ」を確認しておきます。
Essay_890で紹介したように、「2次方程式の解法」は4種類あります。

- ① 因数分解を利用した解き方
- ② 平方根の考え方を使った解き方
- ③ **平方完成の解き方** ◀ 今回
- ④ 解の公式を使った解き方

「③平方完成の解き方」は2タイプあります

「③平方完成の解き方」には、次の2つのタイプがあります。

- No. 9 「平方完成の作り方」
◀ No. 9 は、次の2つのタイプの解法の基礎技術の学習です。
- No. 10 「 x の係数が**偶数**の場合」の解法
- No. 11 「 x の係数が**奇数**の場合」の解法 ◀ 今回 (Essay_903) の学習

③平方完成の解き方 (x の係数が奇数)

x の係数が偶数の場合と奇数の場合の2タイプあるのですが、どちらを先に学習するかは論理的な必然性はありません。ただ、 x の係数が偶数の方が計算が易いので、ここでは x の係数が偶数の場合から学習を始め、次に奇数の場合の学習へ進めます。

x の係数が奇数の場合は、右辺で分数の2乗を含む正負計算が必要となり、ここでまちがえる人がかなりです。平方完成の解き方は理解できているのに、その基礎計算ができないために、結果として2次方程式が解けないということが起こります。基礎の大切さをひしひしと感ずることのできる教材です。

問題例です。

次の方程式を解きなさい。

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

【考え方】 $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$

x の係数の半分の2乗をたすと、その式は完全平方式になる。

多項式の平方の形で表される式を **完全平方式** といい、上のように
2次式に適当な数を加えて、完全平方式にすることを **平方完成** といいます。

[考える手順]

① 定数項は右辺へ移項

>

② x の係数の半分の2乗を、両辺にたす

>

③ ()の平方根をとる

④ x の値を求める

[答 案]

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$x^2 - 5x = -3$$

(左辺を平方完成する)

$$x^2 - 5x + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = -3 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 \quad \leftarrow \text{等式の性質}$$

$$\left(x - \frac{5}{2}\right)^2 = \frac{13}{4} \quad \leftarrow \text{左辺は因数分解, 右辺は計算}$$

(方程式を解く)

$$x - \frac{5}{2} = \pm \sqrt{\frac{13}{4}}$$

$$x - \frac{5}{2} = \pm \frac{\sqrt{13}}{2} \quad \leftarrow \text{右辺は有理化する}$$

$$x = \frac{5}{2} \pm \frac{\sqrt{13}}{2} \quad \leftarrow \text{左辺の定数項を右辺へ移項}$$

▲ 右辺から移項した数字は±の前に書く

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{13}}{2} \quad \leftarrow \text{分数は通分した形に直しておく}$$

「平方完成の原理」と「平方完成するときの注意事項」については、この解法にとっては超重要知識ですので、再録します。

もう一度、しっかりと読み、確認しておき、このタイプの練習に入って下さい。

平方完成の原理

平方完成の原理はいたって単純なものです。つまり、
まず、①与式を $x^2 + bx = c$ の形にしておき、
次に、② x の係数の半分の2乗を両辺にたす
だけです。

これで、左辺は()²の形、すなわち”平方完成”になります。

平方完成するときの注意事項

【注意事項①】

大切なこと、つまり、この条件がないと平方完成はできない、というのがあります。中学数学ではあまりでてこないのですが（すこし難しい問題集には載っています）、高校数学では、ここが平方完成の”落とし穴”になっています。それは何かというと、

「 x^2 の係数は1に限る」というものです。

だから、 $-x^2 + \sim = \dots$ のときは、両辺に $-$ をかけて x^2 の係数を1に変えます。

$3x^2 + \sim = \dots$ のときは、両辺を3でわって x^2 の係数を1に変えます。

この条件を頭のどこかにいれておいて下さい。

【注意事項②】

また、計算をするうえで注意することは、平方根をとるときは、必ず±の2つ出る、ということです。

$$(x + 4)^2 = 2$$

$$x + 4 = \sqrt{2}$$

$$(x - 3)^2 = 49$$

$$x - 3 = 7$$

のようなまちがいをする人が出ます。必ず…

「平方根の意味」を正しく覚えていないことが原因です。

たとえば、2乗すると49になる数は、 $(+7)^2 = 49$ 、 $(-7)^2 = 49$ のように±7の2つあります。

③平方完成の解き方（ x の係数が奇数）

問題例をご覧いただければ分かりますとおり、このタイプの問題では、平方完成技術というよりも基礎計算がたいへんです。

- ・分数の累乗をふくむ正負計算が必要です。
- ・分母の有理化が必要です。
- ・無理数をふくむ分数の加減算が必要です。

ここがしっかりしていないと、このタイプの計算はできません。

よくまちがえるときは、基礎を復習すること

方程式が解けないからといって、2次方程式の問題集を一生懸命勉強している人がおりますが、これでは”闇に向かって鉄砲を撃っている”ようなものです。

どの部分を間違えるのかをきめ細かく分析し、その部分だけを狙い撃ちをして学習すれば、短時間で確実に効果が得られます。

これを自分でやるのは難しいなら、専門家の指導を受けるべきです。

ご覧のように数専ゼミの教材は“診断的”教材という形式のワークシートで、答案を診るだけで間違える原因を見つけ出すことができます。

なんかわからないけれどよく”計算まちがいをする”という人は、どの単元でも”診断”指導を受けることができますので、数専ゼミにご相談下さい。

エピローグ

今回は、いよいよ「2次方程式の解法」の最後のテーマとなるNo.16「④解の公式を使った解き方」の学習に入ります。

わくわくしてお待ち下さい。

【学習教材】

中3数学・2次方程式 No.11 2・2次方程式の解き方
3 平方完成の方法（その3）
■ x の係数が奇数の場合 ■

学習教材 → Link: | [中3数学・教材サンプル MENU](#) | / 中3数学 [3] 2次方程式 No.11

★演習★は、数専ゼミ・東原教室で指導しています。いつからでも入塾できます。

2次方程式の基本から入試問題までていねいに指導する

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp

数学の入試対策は数専ゼミで！

- 山形県公立高校入試対策の学習(数学, 英語)は、数専ゼミで、いつからでも、どこからでも、始められます。
- 他塾に在籍していても、**数専ゼミで「数学」だけ**指導を受けることもできます。

* コマーシャル 数専ゼミ・山形東原教室 → Link: | [入学案内書](#) |