

体験学習 on Web / 中学3年数学_005

2次方程式

 $ax^2 + bx + c = 0$ (標準形) の方程式の解

▶ 2024.9.4 (水)

解法の体系をバックにおいて個々の解法を学ぶこと

— 質の高い数学的能力を習得するために —

問題全体のしくみを”俯瞰できる力”は、応用力の基礎にある力です。

どんな問題があつて、それらがどのようにつながっているのかを知っていること…
 今やっている問題は、その体系の中のどの位置にあるのか…
 だから、どのように考えて問題を解けばいいのか…

数学の得意な人は、問題を見たら、無意識のうちに、このような思考プロセスを頭の中でトレースして、解法を選択しています。

もちろん、参考書には、解法の体系を俯瞰できる資料など掲載しておりません。
 数専ゼミのこのEssayを見ると、この体系を俯瞰しつつ解法を学ぶことができます。
 質の高い数学的能力を身につけたい人は、是非このEssayを繰り返し読み、体系的に解法を習得して下さい。

2次方程式の解法－学習計画

最初に、2次方程式の解法の全体を思い起こしておきます。
 Essay_890で紹介したように、2次方程式の解法は4種類あります。

- ① 因数分解を利用した解き方
- ② 平方根の考え方を使った解き方
- ③ 平方完成の解き方
- ④ 解の公式を使った解き方

① 因数分解を利用した解き方－学習計画

次に、「① 因数分解を利用した解き方」を思い起こしておきます。
 それぞれの具体的な内容は、次のようになります。

No. 3 $() () = 0$ の方程式の解 ◀ Essay_893

- (1) $(x + 1)(x - 5) = 0$
- (2) $(x - 3)(x - 4) = 0$
- (3) $x(x - 6) = 0$
- (4) $(x - 1)^2 = 0$

No. 4 $ax^2 + bx + c = 0$ (標準形) の方程式の解 ◀ Essay_894 (今回)

- (1) $x^2 - 8x + 15 = 0$
- (2) $x^2 - 8x - 20 = 0$
- (3) $x^2 - 8x + 16 = 0$
- (4) $x^2 - 8x = 0$

No. 5 式を標準形に整理して解く

$$2(x^2 - 8) = (x - 1)(x - 2)$$

No. 6 方程式の係数の決定

方程式 $x^2 + ax - 3 = 0$ の解の1つは $x = 1$ である。a の値、および他の解を求めなさい。

【注】No. 3 ~ No. 6 は、数専ゼミで「2次方程式」を学習するときの教材No. です。

詳しくは、2次方程式の「学習計画書」をご覧ください。→ Link: | [中学数学 MENU](#) |

No.4 $ax^2 + bx + c = 0$ (標準形)の方程式の解

このタイプの2次方程式の解き方の基本形を紹介します。

2次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ は、その左辺 $ax^2 + bx + c$ が因数分解できれば、簡単に解を見つけることができます。

因数分解による方程式の解き方は、因数分解のしかたによって、次の3つの型分けられます。

A 公式 $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ を利用するもの

(例) $x^2 - x - 6 = 0$

$$(x + 2)(x - 3) = 0$$

◀ 左辺を因数分解する

$$x + 2 = 0 \quad \text{または} \quad x - 3 = 0$$

$$x = -2, 3$$

B 共通因数を出すもの / 解の1つが0になるもの

(例) $x^2 - 10x = 0$

$$x(x - 10) = 0$$

◀ 左辺を因数分解する

$$x = 0 \quad \text{または} \quad x - 10 = 0$$

$$x = 0, 10$$

C 公式 $x^2 + 2ax + a^2 = (x + a)^2$ を利用するもの / 解が1つに見えるもの

(例) $x^2 + 4x + 4 = 0$

$$(x + 2)^2 = 0$$

◀ 左辺を因数分解する

$$x + 2 = 0$$

$$x = -2$$

◀ 2つある解が同じになり、1つに見える

これらのタイプは、2次方程式の解法タイプというよりも、因数分解の解法のタイプによる分類です。

2次方程式の解は2個という2次方程式の本質から、BとCの解法では、解に0がでたり、解が1つに”見える”ので、違和感を持つ人がおりますが、よく見れば、ちゃ〜んと解は2個あります。ご安心を。

思考力は知識である

— だから、だれでも身につけることができる —

”本質”というのは例外がないのです。例外があるものは、本質とはいいません。だから、本質を使って問題を解くと、どんな問題でも解くことができるのです。どんな問題でも解くことができる力のことを思考力とか応用力といいます。いいですか。思考力や応用力というのは、生得的な能力ではなく、知識なのです。だから、学習によって習得することができます。ただ、何が本質であるかを見つけることが難しいだけです。難しいことは教えてもらえばいいのです。

エピローグ

「①因数分解を利用した解き方」のうち、

No. 4 $a x^2 + b x + c = 0$ (標準形) の方程式の解き方の学習のしかたの説明は以上です。

当然、このタイプの方程式を解くための基礎は”因数分解”です。因数分解のあぶない人は、「多項式」No. 2 3, No. 2 4 を復習しておきましょう。

$$(3) 4 x^2 - 9 = 0$$

$$(4) 4 x^2 - 16 x - 48 = 0$$

このような問題を見て、「ん!?, どうしよう!」などと”おたおた”してはダメですよ。

【学習教材】

中3 数学・2次方程式

No. 4

2・2次方程式の解き方

1

因数分解を利用した解き方 (その2)

■

$a x^2 + b x + c = 0$ (標準形) の方程式の解

■

学習教材 → Link : | [中3 数学・教材サンプル MENU](#) | / 中3 数学 [3] 2次方程式 **No. 4**

数学の入試対策は数専ゼミで!

- 山形県公立高校入試対策の学習(数学, 英語)は、数専ゼミで、いつからでも、どこからでも、始められます。
- 他塾に在籍していても、**数専ゼミで「数学」**だけ指導を受けることもできます。

* コマーシャル 数専ゼミ・山形東原教室 → Link : | [入学案内書](#) |