1

山形大学入試問題・前期　　2024.7.15(月)

２０２０年度　数学

(１／１)

【第１問】

座標平面上の点Ｐは，原点(０，０)から出発し，１枚の硬貨を投げて表が出ればχ軸の正の方向に１だけ進み，裏が出ればｙ軸の正の方向に１だけ進む。このとき，次の問に答えよ。

(1) 硬貨を３回投げたとき，点Ｐが点(３，０)にある確率を求めよ。

(2) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点(７，３)にある確率を求めよ。

(3) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点(３，１)を通って，点(５，５)にある確率を求めよ。

(4) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点(３，３)を通らずに，点(６，４)にある確率を求めよ。

(5) 点Ｐが点(２，２)に到達したら点Ｐは原点に戻るものとして，次の問に答えよ。

(ｉ) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐのχ座標が６以上となる確率を求めよ。

★ (ⅱ) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点(５，５)にあったという条件のもとで，点Ｐが点(３，４)を通っていた条件付き確率を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(２０２０年度・数学)は，第１問から第６問まであり，学部に応じて，次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第１，２，３問	(９０分)
理学部	第１，３，４，５問	(１２０分)
医学部	第１，３，５，６問	(１２０分)
農学部	第１，２，３，４問	(１２０分)

★

■第１問の出題項目：確率（数学Ａ）

出題内容：硬貨を１０回投げる試行，条件付き確率

■今回は，第１問のうち(5)(ⅱ)のみの解答です。

((1)(2)(3)(4)(5)(ｉ)は別ファイルになります。)

■２０２０年度・第１問(5)(ⅱ)を解くための基礎教材（数専ゼミオリジナル）

(5)(ⅱ)　数学Ａ　独立な試行の確率　No.１(１／５)(２／５)　◀独立な試行の確率

No.２(１／１１)　◀反復試行とは？

Link：→　独立試行の確率｜学習計画書｜

数学Ａ　条件付き確率　No.３(１／２)　◀確率の乗法定理

No.１０(１／５)　◀条件付き確率

Link：→　条件付き確率｜学習計画書｜

数学Ａ　順列・組合せ　No.１６ｈ(１／５)　◀最短経路(組合せの利用)

No.１６ｓ(１／１)　…★　◀最短経路(組合せの利用)

Link：→　順列・組合せ｜学習計画書｜

(次のページへつづく)　↗

□□　【山形大学入試問題・前期　２０２０年度・第１問(5)】　－〈２枚目／４枚〉

↗（前のページからのつづき）

数専ゼミの高校数学教材は，山形大学の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。
だから，この教材を学び切ることで，山形大学の入試問題を解く力が自然に身につきます。

【考え方】(5)（ⅱ）

硬貨を１０回投げるという試行において，

Ａ：点Ｐが点(５，５)にある

Ｂ：点Ｐが点(３，４)を通る

とすると，求める条件付き確率は

$$P_{A}(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\quad\cdots①$$

であるから，P(Ａ)とP(Ａ∩Ｂ)をそれぞれ求め，その商を求めればよい。

ただし，見かけは，(4)と類似した問題なので，(4)を誘導問題とみなし，これと同じ考え方で解くと正解できない。

つまり，(5)（ⅱ)の問題で，Ｐ(Ａ∩Ｂ)を求めるとき，

((３，４)を通って(５，５)へ行く確率)－((２，２)を通って(５，５)へ行く確率)

として計算すると正解できないのである。確率は正解よりもずっと小さくなるはずである。((２，２)を通って(５，５)へ行く確率)が正解よりも大きくなるはずである。

ここが，入試問題らしいところである。詳しくは，以下の答案を参照されたい。

「最短経路問題」としては，最も難しい問題のひとつかもしれない。

みかけが簡単そうで，(4) の問題を解いたあとの問題なので，落とし穴に落ちやすい問題となっているともいえる。

このタイプの問題の典型問題を学習したかどうかが問われている問題である。

はじめての人は，是非，上の数専ゼミの基礎教材”№１６ｓ(１／１)…★”を学習されたい。

【山形大学入試出題原理】

山形大学の入試問題の多くは，前の問の結果をうまく取り込むことで，次の問が解けるように作問されています。この「入試出題原理」をうまく使いきれるかどうかが正解できるかどうかの分かれ目になります。

■この(5)（ⅱ)の問題では，

ア）では，(3)の考え方を使う。(ある点を通って終点へ至る確率)

イ）では，(4)の考え方を使う。(ある点を通らないで終点へ至る確率)

が，基本的には(4)の考え方なのであるが，上の【考え方】で説明したように，その特殊形であることを見抜けないと正解できない。

（次のページへつづく）↗

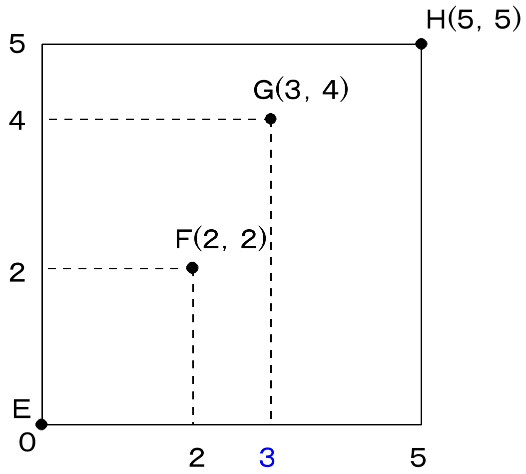
（前のページからのつづき）

［答　　案］

(5)　点Ｐが点（２，　２）に到達したら点Ｐは原点に戻るものとして，次の問に答えよ。

★　（ⅱ）　硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点（５，　５）にあったという条件のもとで，点Ｐが点（３，　４）を通っていた条件付き確率を求めよ。

$\boxed{0}$　条件を図に表し，解き方の全体をスケッチする



Ｅ（０，　０），
Ｆ（２，　２），Ｇ（３，　４），
Ｈ（５，　５）
とおく。

硬貨を１０回投げるという試行において，
　Ａ：点Ｐが点（５，　５）にある
　Ｂ：点Ｐが点（３，　４）を通る
とすると，求める条件付き確率は

$$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}\quad\cdots①$$

	A	
B	P（A ∩ B）	P（B）
	P（A）	

$\boxed{1}$　P（Ａ）を求めると，

点（２，　２）を経由せず点（５，　５）にあればよいので，（ⅰ）と同様に考えて，

$$P(A)=\underbrace{{}_{10}C_5\left(\frac{1}{2}\right)^5\left(\frac{1}{2}\right)^5}_{E\to H}-\underbrace{{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2}_{E\to F}\times\underbrace{{}_6C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3}_{F\to H}$$

$$=\frac{252}{2^{10}}-\frac{6\times20}{2^{10}}$$

$$=\frac{132}{1024}$$

◀５＋５＝１０であるから，点（２，２）は通らない。
なぜならば，通ると，２＋２＝４で原点に戻り，残り６回しかないから，
点（５，５）には行けないから。

（次のページへつづく）

□□　【山形大学入試問題・前期　２０２０年度・第１問 (5)】　－〈４枚目／４枚〉

（前のページからのつづき）

$\boxed{2}$　P（Ａ∩Ｂ）を求めると，

点（２，２）を経由せずに点（３，４）を通って点（５，５）にあればよいので，

$$P(A\cap B)=\underbrace{{}_7C_3\left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^4}_{E\to G}\cdot\underbrace{{}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)}_{/G\to H}$$

◀（3，4）を通って(5，5)へ行く方法

$$-\underbrace{{}_4C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)^2}_{E\to F}\cdot\underbrace{{}_3C_1\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{2}\right)^2}_{/F\to G}\cdot\underbrace{{}_3C_2\left(\frac{1}{2}\right)^2\left(\frac{1}{2}\right)}_{/G\to H}$$

◀（2，2）と（3，4）を通って(5，5)へ行く方法

$$=\frac{35\times3}{2^{10}}-\frac{6\times3\times3}{2^{10}}$$

$$=\frac{51}{1024}$$

$\boxed{3}$　①より，求める確率は，

$$P_A(B)=\frac{\frac{51}{1024}}{\frac{132}{1024}}=\frac{17}{44}$$

【注意】次の考え方が間違いの理由

(5)（ⅱ）の問題で，Ｐ（Ａ∩Ｂ）を求めるとき，

((３，４)を通って（５，５）へ行く確率) − ((２，２)を通って（５，５）へ行く確率)

として計算すると正解できない。

確率は正解よりもずっと小さくなる。

((２，２)を通って（５，５）へ行く確率)が正解よりも大きくなるからである。

【理由】下の図のように，例えば点Ｇ（３，４）を通らない場合も引いてしまうから。