１

山形大学入試問題・前期　　2024.7.14(日)

# ２０２０年度　数学

（１／１）

## 【第１問】

座標平面上の点Ｐは，原点(０，０)から出発し，１枚の硬貨を投げて表が出れば$\chi$軸の正の方向に１だけ進み，裏が出ればｙ軸の正の方向に１だけ進む。このとき，次の問に答えよ。

(1) 硬貨を３回投げたとき，点Ｐが点(３，０)にある確率を求めよ。

(2) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点(７，３)にある確率を求めよ。

(3) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点(３，１)を通って，点(５，５)にある確率を求めよ。

(4) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点(３，３)を通らずに，点(６，４)にある確率を求めよ。

(5) 点Ｐが点(２，２)に到達したら点Ｐは原点に戻るものとして，次の問に答えよ。

★ (ｉ) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐの$\chi$座標が６以上となる確率を求めよ。

(ⅱ) 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐが点(５，５)にあったという条件のもとで，点Ｐが点(３．４)を通っていた条件付き確率を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(２０２０年度・数学)は，第１問から第６問まであり，学部に応じて，次のように解答することが求められております。

| | | |
|---|---|---|
| 人文社会科学部 | 第１，２，３問 | （　９０分） |
| 理学部 | 第１，３，４，５問 | （１２０分） |
| 医学部 | 第１，３，５，６問 | （１２０分） |
| 農学部 | 第１，２，３，４問 | （１２０分） |

★

■第１問の出題項目：確率（数学Ａ）

出題内容：硬貨を１０回投げる試行，条件付き確率

■今回は，第１問のうち(5)(ｉ)のみの解答です。

((1)(2)(3)(4)(5)(ⅱ)は別ファイルになります。)

■２０２０年度・第１問(5)(ｉ)を解くための基礎教材（数専ゼミオリジナル）

(5)(ｉ)　数学Ａ　独立な試行の確率　No.１（１／５）(２／５)　◀独立な試行の確率

No.２（１／１１）　◀反復試行とは？

Link：→　独立試行の確率｜学習計画書｜

数学Ａ　順列・組合せ　No.１６ｈ（１／５）　◀最短経路(組合せの利用)

Link：→　順列・組合せ｜学習計画書｜

数専ゼミの高校数学教材は，山形大学の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから，この教材を学び切ることで，山形大学の入試問題を解く力が自然に身につきます。

(次のページへつづく)

□ □ 【山形大学入試問題・前期　２０２０年度・第１問(5)】　ー〈２枚目／４枚〉

↗（前のページからのつづき）

【考え方】(5)（ｉ）

点Ｐの$\chi$座標をｔとする。

点Ｐが点（２，２）に到達したら点Ｐは原点に戻るという条件があるから，次の２つの場合に分けて，ｔ≧６となる確率を求める。

ア）点（２，２）を経由して，ｔ≧６となる場合。

この場合は，(3)の考え方を使う。（ある点を通って終点へ至る確率）

イ）点（２，２）を経由せず，ｔ≧６となる場合。

この場合は，(4)の考え方を使う。（ある点を通らないで終点へ至る確率）

すなわち，

①点（２，２）を経由しても条件を無視して，ｔ≧６となる確率を求める。

②点（２，２）を経由して，ｔ≧６となる確率を求める。

①ー②が，点（２，２）を経由せず，ｔ≧６となる場合である。

【山形大学入試出題原理】

山形大学の入試問題の多くは，前の問の結果をうまく取り込むことで，次の問が解けるように作問されています。この「入試出題原理」をうまく使いきれるかどうかが正解できるかどうかの分かれ目になります。

■この(5)（ｉ）の問題では，

ア）では，(3)の考え方を使う。（ある点を通って終点へ至る確率）

イ）では，(4)の考え方を使う。（ある点を通らないで終点へ至る確率）

［答　　案］

(5) 点Ｐが点（２，２）に到達したら点Ｐは原点に戻るものとして，次の問に答えよ。

★（ｉ） 硬貨を１０回投げたとき，点Ｐの$\chi$座標が６以上となる確率を求めよ。

点Ｐの$\chi$座標をｔとする。

ア）点Ｐが点（２，２）に到達して原点に戻った後，ｔ≧６となる場合　◀(3)の考え方を使う。

①１回目から４回目までは，４回のうち表と裏が２回ずつ出て，原点に戻った後，

②残りの６回はすべて表が出ればよいので，

１回の試行で表が出る確率は$\frac{1}{2}$で，これを○で表す

１回の試行で裏が出る確率は$\frac{1}{2}$で，これを×で表す

①１回目から４回目までは，４回のうち表と裏が２回ずつ出ればよいので，

これを図で表すと，

| | １回 | ２回 | ３回 | ４回 |
|---|---|---|---|---|
| １パターン | ○ | ○ | × | × |
| | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ |

◀各回の試行は独立だから，確率は積で求める。

（次のページへつづく）↗

（前のページからのつづき）

パターン数　　$_4C_2$ 通り

確率　$P$（A）$= {_4C_2} \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2$

②残りの６回はすべて表が出ればよいので，
これを図で表すと，

| | ５回 | ６回 | ７回 | ８回 | ９回 | 10回 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| １パターン | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ |
| | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ |

◀各回の試行は独立だから，確率は積で求める。

パターン数　　$_6C_6$ 通り

確率　$P$（B）$= {_6C_6} \left(\frac{1}{2}\right)^6$

①と②より，「独立な試行の確率」より，求める確率は，

$$_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times {_6C_6} \left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{16} \times 1 \cdot \frac{1}{64}$$

$$= \frac{6}{1024}$$

イ）点Ｐが点（２，２）を経由せず，ｔ≧６となる場合　◀(4)の考え方を使う。

①点Ｐが点（２，２）を経由しても原点には戻らないとして，
ｔ≧６となる確率を求めると，

６≦ｋ≦１０として，
１０回のうち表がｋ回，裏が（１０－ｋ）回出ればよいので，

例えば，ｋ＝６のとき，

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| １パターン | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | × | × | × | × |
| | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ ・… | | | | | | | | ・$\frac{1}{2}$ |

パターン数　　$_{10}C_6$ 通り

確率　$P$（A）$= {_{10}C_6} \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^{10-6}$

例えば，ｋ＝７のとき，

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| １パターン | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | ○ | × | × | × |
| | $\frac{1}{2}$ ・ | $\frac{1}{2}$ ・… | | | | | | | | ・$\frac{1}{2}$ |

パターン数　　$_{10}C_7$ 通り

確率　$P$（B）$= {_{10}C_6} \left(\frac{1}{2}\right)^7 \left(\frac{1}{2}\right)^{10-7}$

（次のページへつづく）

（前のページからのつづき）

同様にして，６≦ｋ≦１０の場合をまとめると，

$$\sum_{k=6}^{10} {}_{10}C_k \left(\frac{1}{2}\right)^k \left(\frac{1}{2}\right)^{10-k}$$

$$=\sum_{k=6}^{10} {}_{10}C_k \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$=({}_{10}C_6+{}_{10}C_7+{}_{10}C_8+{}_{10}C_9+{}_{10}C_{10})\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^{10}$$

$$=\frac{210+120+45+10+1}{2^{10}}$$

$$=\frac{386}{1024}$$

②点Ｐが点（２，２）を経由して，ｔ≧６となる確率を求めると，

６≦ｋ≦８として，
１回目から４回目までは，４回のうち表と裏が２回ずつ出て，５回目から１０回目までは，６回のうち表が（ｋ－２）回，裏が（８－ｋ）回出ればよいので，

・１回目から４回目までの確率は，ア）①より，

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

・５回目から１０回目までは，イ）①と同様に考えて，

$$\sum_{k=6}^{8} {}_6C_{k-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{8-k}$$

よって，「独立試行の確率」より，

$${}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times \sum_{k=6}^{8} {}_6C_{k-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{k-2} \left(\frac{1}{2}\right)^{8-k}$$

$$={}_4C_2 \left(\frac{1}{2}\right)^4 \times ({}_6C_4+{}_6C_5+{}_6C_6)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^6$$

$$=\frac{6\times(15+6+1)}{2^{10}}$$

$$=\frac{132}{1024}$$

①と②より，点Ｐが点（２，２）を経由せず，ｔ≧６となる確率は，

$$\frac{386}{1024}-\frac{132}{1024}=\frac{254}{1024}$$

ア），イ）より，排反事象の加法定理より，求める確率は，

$$\frac{6}{1024}+\frac{254}{1024}=\frac{260}{1024}=\frac{65}{256}$$