



山形大学入試問題・前期

2021年度 数学

(1/1)

【第4問】

等差数列 $\{a_n\}$ が次の2つの式を満たすとする。

$$a_3 + a_4 + a_5 = 27$$

$$a_5 + a_7 + a_9 = 45$$

初項 a_1 から第 n 項 a_n までの和 $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ を S_n とする。このとき、次の間に答えよ。

★(1) 初項 a_1 を求めよ。

★(2) 一般項 a_n を n を用いて表せ。

★(3) S_n を n を用いて表せ。

(4) $\sum_{k=1}^n \left(\frac{1}{S_{2k-1}} + \frac{1}{S_{2k}} \right)$ を n を用いて表せ。

(5) $\sum_{k=1}^n \frac{1}{(k+1)S_k}$ を n を用いて表せ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2021年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められております。

人文社会科学部 第1, 2, 3問 (90分)

理学部 第1, 3, 4, 5問 (120分)

医学部 第1, 3, 5, 6問 (120分)

農学部 第1, 2, 3, 4問 (120分)

★

■第2問の出題項目：数列(数学B)

出題内容：等差数列とその和、部分分数分解による数列の和

■今回は、第4問のうち(1)(2)(3)のみの解答です。(4)(5)は別ファイルになります。)

■2021年度・第4問(1)(2)(3)を解くための基礎教材(数専ゼミオリジナル《学習書》)

(1)(2) 数学B 等差数列・等比数列 No.3(1/7), (2/7) ◀等差数列の一般項

(3) 数学B 等差数列・等比数列 No.4(1/8), (2/8) ◀等差数列の和

Link: → 等差数列・等比数列 | [学習計画書](#) |

*数専ゼミの高校数学教材は、山形大学の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから、この教材を学び切ることで、山形大学の入試問題を解く力が自然に身につきます。

【考え方】(1)(2)(3)

(1)は(2)の導入問題、(1)と(2)は(3)の導入問題、(3)は(4)と(5)の導入問題という問題構成になっています。まるで、「ドミノ倒し」のような問題です。

(1)と(2)は等差数列の一般項の定義から直接求められるし、(3)は等差数列の和の公式をそのまま使うことで求めることができます。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第4問(1)】 - 〈2枚目/3枚〉

➤ (前のページからのつづき)

(1), (2), (3) は“目をつぶっていても” 解けなくてはならない問題です。
その分, (4) が中級レベル, (5) が上級レベルになります。

【山形大学入試出題原理】

山形大学の入試問題は、解答の流れを設問できちんと設定してくれています。
これを **山形大学入試出題原理** といいます。(勝手にそのように呼んでいるだけですが…)
前の問の結果を使うことで後の問が解けるように問題が作られています。
記述式”共通テスト”のようなものです。

この第4問では…

(1) は(2) の導入問題, (1)と(2) は(3) の導入問題, (3) は(4)と(5) の導入問題
という問題構成になっています。「これを使って次の問題を解いてね」と次々と教
えてくれています。実に親切な問題です。

[答 案]

数列 $\{a_n\}$ の公差を d とする。

★(1) 初項 a_1 を求めよ。

与式より,

$a_3 + a_4 + a_5 = 27$ であるから,

$$(a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) + (a_1 + 4d) = 27$$

$$3a_1 + 9d = 27$$

$$a_1 + 3d = 9 \quad \dots \textcircled{1}$$

$a_5 + a_7 + a_9 = 45$ であるから,

$$(a_1 + 4d) + (a_1 + 6d) + (a_1 + 8d) = 45$$

$$3a_1 + 18d = 45$$

$$a_1 + 6d = 15 \quad \dots \textcircled{2}$$

①と②を連立して,

$$\textcircled{1} - \textcircled{2}$$

$$\begin{array}{r} a_1 + 3d = 9 \\ -) a_1 + 6d = 15 \\ \hline -3d = -6 \end{array}$$

$$d = 2 \quad \dots \textcircled{3}$$

◀ 等差数列の一般項

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

(a_1 : 初項, d : 公差)

③を①に代入して,

$$a_1 + 3 \cdot (2) = 9$$

$$a_1 = 3$$

よって, $a_1 = 3$

◀ $d = 2$ は, (2) で使う。

(次のページへつづく) ➤

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第4問(1)】 - 〈3枚目 / 3枚〉

↗ (前のページからのつづき)

★(2) 一般項 a_n を n を用いて表せ。(1) より, $a_1=3$, $d=2$ であるから,

$$a_n=3+(n-1) \times 2$$

$$\underline{a_n=2n+1}$$

★(3) S_n を n を用いて表せ。(1) より, $a_1=3$ (2) より, $a_n=2n+1$

であるから,

$$S_n=\frac{1}{2}n(a_1+a_n)$$

$$=\frac{1}{2}n(3+2n+1)$$

$$=\underline{n(n+2)}$$

◀ 等差数列の一般項

$$a_n=a_1+(n-1)d$$

(a_1 : 初項, d : 公差)◀ 等差数列の和

$$S_n=\frac{1}{2}n(a_1+a_n)$$

(a_1 : 初項, a_n : 末項, n : 項数)