

山形大学入試問題・前期

2024.6.2(日)

2021年度 数学

(1/1)

【第2問】

放物線 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$ を C とし、 C 上に点 $P\left(a, \frac{1}{2}a^2 - 2a + 3\right)$ がある。ただし、

$0 < a < 3$ とする。このとき、次の問に答えよ。

(1) 放物線 C 上の点 P における接線 L_1 の方程式を a を用いて表せ。

(2) 点 P を通り、傾きが 1 の直線 L_2 の方程式を a を用いて表せ。

★(3) 放物線 C 、直線 L_1 および y 軸で囲まれた図形の面積 S_1 を a を用いて表せ。

(4) 放物線 C と直線 L_2 で囲まれた図形の面積 S_2 を a を用いて表せ。

(5) $S_1 = 2S_2$ となる a の値を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2021年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められています。

人文社会科学部 第1, 2, 3問 (90分)

理学部 第1, 3, 4, 5問 (120分)

医学部 第1, 3, 5, 6問 (120分)

農学部 第1, 2, 3, 4問 (120分)

★

■第2問の出題項目：微・積分法(数学Ⅱ)

出題内容：放物線と直線で囲まれた部分の面積

■今回は、第2問のうち(3)のみの解答です。(1)(2)(4)(5)は別ファイルになります。)

■2021年度・第2問(3)を解くための基礎教材(数専ゼミオリジナル《学習書》)

(3) 数学Ⅱ 積分 No.14 (1/5)

◀放物線と直線間も面積

積分 No.7s (1/6), (3/6)

◀ $(ax+b)^n$ の微分・積分

Link: → [積分](#) | [学習計画書](#) |

*数専ゼミの高校数学教材は、山形大学の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから、この教材を学び切ることで、山形大学の入試問題を解く力が自然に身につきます。

【考え方】(3) 何の変哲もない、ただ放物線と直線で囲まれた部分の面積を求める定積分の問題です。公式通り、「上-下のインテグラル」で式を立て、定積分を計算して答を求めます。「上」は条件で与えられているし、「下」は(1)の結果を使います。難しいところといえば、この定積分の計算の部分で、 $(ax+b)^n$ 型の積分になります。なりますが、 x の係数が1なものだから、何もみらず、ふつうの積分の計算をしても正しい答がでます。ちょっと中途半端な問題のような気がします。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第2問(3)】 - 〈2枚目/3枚〉

➡ (前のページからのつづき)

【山形大学入試出題原理】

山形大学の入試問題は、解答の流れを設問できちんと設定してくれています。
これを **山形大学入試出題原理** といいます。(勝手にそのように呼んでいるだけですが…)
前の問の結果を使うことで後の問が解けるように問題が作られています。
記述式”共通テスト”のようなものです。

この(3)の問題では…

放物線と直線に囲まれた部分の面積を求めるとき、直線 L_1 の方程式については
(1)の結果を使います。

[答 案]

★(3) 放物線 C 、直線 L_1 および y 軸で囲まれた図形の面積 S_1 を a を用いて表せ。

1 (積分する区間を求める)

放物線 C と直線 L_1 の交点の x 座標は、

- ・ y 軸との交点の x 座標は、 $x = 0$
- ・ 接線との交点の x 座標は、接点の x 座標だから、 $x = a$

2 (面積を求める)

- ・ 放物線 C の方程式は、 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3$
- ・ 直線 L_1 の方程式は、(1)より、

$$y = (a - 2)x - \frac{1}{2}a^2 + 3$$

よって、

$$S_1 = \int_0^a \left[\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 \right) - \left\{ (a - 2)x - \frac{1}{2}a^2 + 3 \right\} \right] dx \quad \dots \textcircled{1}$$

ここで、[] の中を計算して、

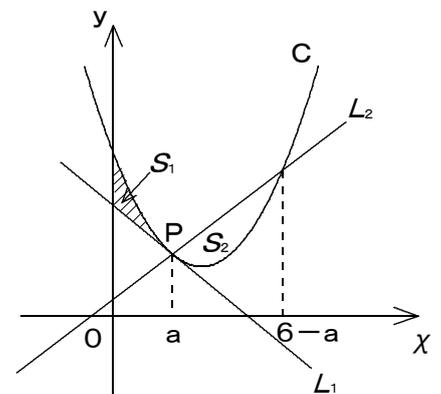
$$\left(\frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 \right) - \left\{ (a - 2)x - \frac{1}{2}a^2 + 3 \right\}$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - 2x + 3 - (a - 2)x + \frac{1}{2}a^2 - 3$$

$$= \frac{1}{2}x^2 - ax + \frac{1}{2}a^2$$

$$= \frac{1}{2}(x^2 - 2ax + a^2)$$

$$= \frac{1}{2}(x - a)^2$$



$$\leftarrow -2 - a + 2 = -a$$

(次のページへつづく) ➡

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第2問(3)】 - 〈3枚目 / 3枚〉

↗ (前のページからのつづき)

よって, ①は,

$$\begin{aligned} S_1 &= \int_0^a \frac{1}{2}(\chi - a)^2 dx \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{(2+1) \cdot 1} (\chi - a)^{2+1} \right]_0^a \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{1}{3} (\chi - a)^3 \right]_0^a \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \{(a-a)^3 - (0-a)^3\} \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{6} a^3}} \end{aligned}$$

◀「公式の使い方」を説明した式です。