



山形大学入試問題・前期

2021年度 数学

(1/1)

【第1問】

3個のさいころA, B, Cを同時に投げる。それぞれのさいころの出る目を a, b, c で表す。このとき、次の問に答えよ。

- (1) $ab = c$ となる確率を求めよ。
- (2) a, b, c のうち、少なくとも1つが偶数となる確率を求めよ。
- (3) $a + b + c > 5$ となる確率を求めよ。
- (4) $(a - b)(b - c)(c - a) < 0$ となる確率を求めよ。
- (5) $ab - bc$ が負の奇数となる確率を求めよ。

★(6) $ab - bc$ が正の偶数となる確率を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2021年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第1, 2, 3問	(90分)
理学部	第1, 3, 4, 5問	(120分)
医学部	第1, 3, 5, 6問	(120分)
農学部	第1, 2, 3, 4問	(120分)

★

■第1問の出題項目：確率(数学A)

出題内容：3個のさいころを投げるときの確率

■今回は、第1問のうち(6)のみの解答です。((1) (2) (3) (4) (5) は別ファイルになります。)

■2021年度・第1問(6)を解くための基礎教材(数専ゼミオリジナル《学習書》)

(6) (5)と同様に、単なる場合分けをして条件に合う組合せの個数を求めるだけなので取り立てて基礎知識は必要ありません。

【考え方】(6) おや？(5)とそっくりですねえ。ということで、

「山形大学入試出題原理」ですか！では、ご親切に甘えましょう、ということで

$ab - bc = b(a - c)$ より、 $ab - bc$ が正の偶数となるには、

$$\left\{ \begin{array}{l} \cdot b \text{ が偶数 かつ} \\ \cdot a - c \text{ が偶数 かつ } a > c \end{array} \right. \quad \blacktriangleleft a > c \text{ で正となる。}$$

となればよい。

のように、いかないところが入試問題です。

2数の積が偶数になるのは、どちらかの数が偶数または両方とも偶数のときで、 b が奇数または偶数、 $a - c$ が奇数または偶数の組合せで全部で5通りあります。このすべての場合の数を数え上げるのは大変です。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第1問(6)】 - 〈2枚目/3枚〉

➡ (前のページからのつづき)

さて、どうっべ?ということでは、「山形大学入試出題原理」にすぎるより手がないのですが、すぎる問題は(2)と(3)です。(2)と(3)は、「余事象の確率」を使えと教えてくれています。さっそく、教えられましょう。余事象の確率ではないのですが、プチ余事象の確率です。

$$(ab - bc \text{ が正の偶数の確率})$$

$$= (ab - bc \text{ が自然数の確率}) - (ab - bc \text{ が正の奇数の確率})$$

で求めます。

($ab - bc$ が正の奇数の確率)は(5)と同じ値になります。

* 樹形図が(5)とすこし異なりますが、確率は等しくなります。→答案を参照

【考え方】：山形大学入試出題原理

山形大学の入試問題の多くは、前の問の結果をうまく取り込むことで、次の問が解けるように作問されています。この「入試出題原理」をうまく使いきれんかどうか、が正解できるかどうかの分かれ目になります。

：この(6)の問題では、

【考え方】で説明しているように、(2)、(3)の余事象の確率の「考え方」を利用することで解くことができます。

★

[答 案]

★(6) $ab - bc$ が正の偶数となる確率を求めよ。

① (全事象)

目の出方は全部で 6^3 通りある。

② (定義と方針)

◀(5)のようになるとめんどうになる。

事象X： $ab - bc$ が正の偶数

事象Y： $ab - bc$ が正の奇数

事象Z： $ab - bc$ が自然数

となるとすると、求める確率 $P(X)$ は、

$$P(X) = P(Z) - P(Y) \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。

③ ($P(Z)$ を求める)

$ab - bc = b(a - c)$ より、 $a - c > 0$ のとき、 $ab - bc$ は自然数となる。

・ b は1~6の6通り

・ a, c については、1~6から2つの数を選んで、大きい順に a, c とすればよい。

・ よって、

$$P(Z) = \frac{6 \cdot {}_6C_2}{6^3} = \frac{6 \cdot 3 \cdot 5}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{5}{12} \quad \dots \textcircled{2}$$

(次のページへつづく) ➡

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第1問(6)】 - 〈3枚目/3枚〉

→ (前のページからのつづき)

4 (P(Y)を求める)

$ab - bc = b(a - c)$ より, $ab - bc$ が正の奇数 となるには,

{
 ・ b が奇数 かつ
 ・ $a - c$ が奇数 かつ $a > c$

◀ $a > c$ で正となる。

となればよい。

(i) b が奇数となるのは, $b = 1, 3, 5$ の3通り

(ii) $a > c$ かつ $a - c$ が奇数となるのは

◀ $a = 2 \sim 6$ のそれぞれの場合について調べる。

$a > b$	$a - c$	
2 — 1	1	}
3 — 2	1	
4 ↘ 1	3	
	3	
5 ↘ 2	3	
	4	
6 ↘ 1	5	
	3	
	5	

9通り

(i) ~ (ii) より,

$$P(Y) = \frac{3 \cdot 9}{6^3} = \frac{3 \cdot 3 \cdot 3}{6 \cdot 6 \cdot 6} = \frac{1}{8} \quad \dots \textcircled{3}$$

5 (P(X)を求める)

②と③を, ①に代入して,

$$P(X) = \frac{5}{12} - \frac{1}{8} = \frac{10}{24} - \frac{3}{24} = \underline{\underline{\frac{7}{24}}}$$

【注】「赤本」には, 4 (P(Y)を求める) の部分については,

「(5) と同様に考えて, $P(Y) = \frac{1}{8}$ 」

と, 途中を省略して書いてありますが, ここでは本当にそうなるかを確認してみました。