



山形大学入試問題・前期

2021年度 数学

(1/1)

【第3問】

平面上の $\triangle ABC$ において $AB=7$, $BC=8$, $CA=6$ とする。辺 AB を $2:1$ に内分する点を D , 辺 BC を $1:3$ に内分する点を E , 線分 AE と線分 CD の交点を P とする。点 A から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点を H とする。さらに, 辺 BC の垂直二等分線が線分 AE と交わる点を Q とする。このとき, 次の問に答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (3) 線分 AE の長さを求めよ。
- ★(4) \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{AE} を用いて表せ。
- (5) \overrightarrow{AH} を \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} を用いて表せ。
- (6) 線分 PQ の長さを求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2021年度・数学)は, 第1問から第6問まであり, 学部に応じて, 次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第1, 2, 3問	(90分)
理学部	第1, 3, 4, 5問	(120分)
医学部	第1, 3, 5, 6問	(120分)
農学部	第1, 2, 3, 4問	(120分)

★

■第3問の出題項目: ベクトル(数学B/2024年度からは数学C)

出題内容: 平面ベクトル

■今回は, 第3問のうち(4)のみの解答です。((1) (2) (3) (5) (6) は別ファイルになります。)

■2021年度・第3問(4)を解くための基礎教材(数専ゼミオリジナル《学習書》)

(4) 数学B	ベクトルと図形 No.3 (1/5), (2/5)	◀共線条件
数学A	三角形の性質 No.11 (1/5), (2/5)	◀メネラウスの定理

これらの教材を学習してから入試問題(第3問(4))を解いてみてください。
すらすらと解けることにびっくりします。

*数専ゼミの高校数学教材は, 山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから, この教材を学び切ることで, 医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

(次のページへつづく)

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第3問(4)】 - 〈2枚目/2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

【考え方】(4) 点Pは直線AE上にあるから、 $\overrightarrow{AP} = k \overrightarrow{AE}$ となる実数kが存在し、
 $AP + PE = AE$ であるから、AP : PEの比がわかればkが求まる。
 線分比を求めるのは「メネラウスの定理」である。

[答 案]

★(4) \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{AE} を用いて表せ。

点Pは直線AE上にあるから、 $\overrightarrow{AP} = k \overrightarrow{AE}$ となる実数kが存在する。

◀ 共線条件

よって、AP : PEの比がわかればkが求まる。

◀ $AP + PE = AE$

そこで、△ABEと直線CDに注目して、メネラウスの定理を用いると、

◀ 線分比を求めるにはメネラウスの定理

$$\frac{AP}{PE} \cdot \frac{EC}{CB} \cdot \frac{BD}{DA} = 1$$

ここで、

$$EC : CE = 3 : 4, \quad BD : DA = 1 : 2$$

であるから、

$$\frac{AP}{PE} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} = 1$$

$$\frac{AP}{PE} = \frac{8}{3}$$

よって、AP : PE = 8 : 3であるから、

$$AP + PE = AE \text{ より, } AE = 11$$

したがって、

$$\frac{AP}{AE} = \frac{8}{11} \text{ より, } AP = \frac{8}{11} AE,$$

よって、 $\overrightarrow{AP} = \frac{8}{11} \overrightarrow{AE}$

◀ 条件の確認

