



山形大学入試問題・前期

2021年度 数学

(1/1)

【第3問】

平面上の $\triangle ABC$ において $AB=7$, $BC=8$, $CA=6$ とする。辺 AB を $2:1$ に内分する点を D , 辺 BC を $1:3$ に内分する点を E , 線分 AE と線分 CD の交点を P とする。点 A から辺 BC に下ろした垂線と辺 BC の交点を H とする。さらに, 辺 BC の垂直二等分線が線分 AE と交わる点を Q とする。このとき, 次の問に答えよ。

- ★(1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。
- (2) $\triangle ABC$ の面積を求めよ。
- (3) 線分 AE の長さを求めよ。
- (4) \overrightarrow{AP} を \overrightarrow{AE} を用いて表せ。
- (5) \overrightarrow{AH} を \overrightarrow{AB} と \overrightarrow{AC} を用いて表せ。
- (6) 線分 PQ の長さを求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2021年度・数学)は, 第1問から第6問まであり, 学部に応じて, 次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第1, 2, 3問	(90分)
理学部	第1, 3, 4, 5問	(120分)
医学部	第1, 3, 5, 6問	(120分)
農学部	第1, 2, 3, 4問	(120分)

★

■第3問の出題項目: ベクトル(数学B)

出題内容: 平面ベクトル

■今回は, 第3問のうち(1)のみの解答です。(2)(3)(4)(5)(6)は別ファイルになります。)

■2021年度・第3問(1)を解くための基礎教材(数専ゼミオリジナル《学習書》)

(1) 特になし。

*数専ゼミの高校数学教材は, 山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから, この教材を学び切ることで, 医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

【考え方】(1) この問題を見た瞬間, 受験生は「なんだ, こりゃ! 入試問題がこんなに簡単でいいのかね」と思ったことでしょう。

ここでは, ”ぼ〜っ”と問題を解いているのではなく, (2)の問題をちらっと見て, 「なるほど, ここで内積を求めさせるということは(2)では, ベクトルを利用した三角形の面積の公式を使って面積を求めてくださいね」という意味だなど心しておくことが大切です。「山形大学入試出題原理」です。親切ですねえ…

(次のページへつづく)

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第3問(1)】 - 〈2枚目/2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

[答 案]

★(1) 内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めよ。

- ・内積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ を求めるには、内積の定義より、 $|\overrightarrow{AB}|$ と $|\overrightarrow{AC}|$ と $\cos A$ の値が必要である。
条件より、 $AB=7$ 、 $AC=6$ であるから、まず、 $\cos A$ の値を求める。

△ABCにおいて、余弦定理より、

$$8^2 = 7^2 + 6^2 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos A$$

◀余弦定理

$$\cos A = \frac{7^2 + 6^2 - 8^2}{2 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{1}{4}$$

- ・内積の定義より、

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = |\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}| \cdot \cos A$$

◀内積の定義

$$= 7 \cdot 6 \cdot \frac{1}{4}$$

$$= \frac{21}{2}$$

