

数専ゼミ・高校数学講座・数学Ⅰ_第1回 整式 §3 因数分解(たすきがけ)

2024. 4. 29 (月)

フロローグ

高校数学を学び始めて、最初に突き当たる”壁”は因数分解の「たすきがけ」です。

いくつかのありうる組合せの中から、問題の条件に合う1つの組合せを選んで答とするという思考方法は中学数学にはなかったことです。

最初は、数字だけの組合せだけで済んでいたものが、いつのまにか文字も含めた組合せを考えなくてはならなくなります。

最後には、式を見ても、とても因数分解の公式など思いつかない式を、因数分解しなければならない問題の途中で、この「たすきがけ」を使わなければならない問題が登場する段階になると、「たすきがけ」の基礎がしっかりとしていないと、まず解けません。

因数分解の「たすきがけ」の学習は、このような状況のなかで進めていくこととなります。

★

知識は“体系化”して覚えます。

こうすると、覚えた知識が”応用力”となるからです。

応用力というのは、どんな問題でも解くことのできる力のことです。

だから、応用力を身につけると、テストでは確実に高い点数を取ることができます。

さて、”体系化”とはなんのことでしょうか。

一般的かつ辞書的な意味を知ったところでよくわかりません。

どのように覚えることが”体系的”に覚えることなのかがわかりません。

そこで、具体的に考えます。

「たすきがけ」を”体系的に”学んでみます。

「たすきがけ」を体系的に学ぶ

上で述べたように、一口に「たすきがけ」といってもいろいろなパターンがあります。

*「たすきがけ」の5つのパターンについては、次の項目を参照して下さい。

ただ「たすきがけができません」では、なにを勉強していいのかわかりません。

- ・数字だけの「たすきがけ」はできるのかもしれませんが。
- ・定数項を因数分解するタイプの「たすきがけ」ができないのかもしれませんが。

等々…

だから、まず、「たすきがけ」にはどんなパターンがあって、それらがどのように関係している

かを学ぶ必要があります。これが、「たすきがけ」を”体系的に”学ぶということです。
次のような手順で、「たすきがけ」のパターンとそれらの関係を”体系的に”学びます。

①最初に、【I型 係数が数字だけの型】を学習します。

この型の「たすきがけ」の手順は、I～V型のすべてのパターンの中で使う技術です。
こうした知識を”基礎”と呼びます。

基礎がないとその応用のすべてのパターンの「たすきがけ」はできなくなります。

②次に、【II型 定数項に文字を含む型】を学習します。

これは、I型の定数項に文字を含む型です。次のIII型へのウォーミングアップです。
ここでのまちがいは、「たすきがけ」のまちがいでなく、答の中の後の項の文字を落
としてしまう、ということです。

「たすきがけ」をするときに、後の項に文字をつけてやると、このまちがいをしなくな
ります。

③【III型 定数項を因数分解する型】を学習します。

I, II, III型が「たすきがけ」の基本型なのですが、このIII型をはじめてやる人はなか
なかできないようです。

III型が基本型であるというのは、「たすきがけ」をして中間項の係数を与式の係数と等
しくする、という操作はI型, II型と同じだからです。I型やII型と同じことをすれば
「たすきがけ」が完成するのです。とはいうものの、かなり難しいようです。

しかし、それでも基本型なんですね。

★

④基本型のどのパターンもきちんとできるようになったら、次の2つの型を学習します。

【IV型 1文字について整理してからたすきがけをする型】、

【V型 展開して1文字について整理して、たすきがけをする型】

「たすきがけ」としては新しいことはなにもありません。ただ、問題として与えられた
複雑な式をとにかく1文字について整理します。その段階で「たすきがけ」を使って因数
分解をすることになるのですが、「たすきがけ」の前でまちがえると、「たすきがけ」が
できなくなります。

そういう意味で「たすきがけ」の応用問題ではなく、「たすきがけ」との融合問題です。

以上を学ぶと、「たすきがけ」を”体系的に”学んだことになります。

これだけやっておけば、「たすきがけ」が必要なあらゆる因数分解の問題を解くことができるよ
うになります。これが、応用力といわれるものです。

応用力とは、だから、”体系的な知識”のことです。

知識だから、正しい方法で学習すれば、だれでも習得することができます。

学習しても応用力が身につかないという人は、

応用力が身につかない方法で学習しているから、応用力が身につかないのです。

問題集を1番から順に解き、すべての問題が解けるようになったからといって、応用力が身につ
くわけではありません。

勉強の量と応用力とは関係ありません。

応用力は、身につけている知識の質によるのです。

「たすきがけ」のパターン

ここで、「たすきがけ」の5つのパターンを具体的な式の形で紹介しておきます。

「たすきがけ」のパターンは、いくらでも細かく分類できますが、細かすぎると、実際に、そのパターンにてらしあわせて問題を解こうとするときには、煩雑になります。

そこで、ここでは、5つのパターンに分けることにします。

具体的な問題例を示します。

問題として与えられた式の形をみて、パターンを判別しなければならないからです。

問題としては、「次の式を因数分解しなさい。」ということになります。

I 型 係数が数字だけの型

$$6x^2 + x - 2$$

◀ 係数がすべて整数の型

$$\frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$$

◀ 係数に分数がふくまれる型

II 型 定数項に文字を含む型

$$3x^2 - 11xy - 6y^2$$

◀ 当然、中間項に定数項の文字が含まれる

$$\frac{4}{3}x^2 - \frac{1}{3}xy - \frac{1}{2}y^2$$

◀ 係数に分数がふくまれる型

III 型 定数項を因数分解する型

$$2x^2 + (3a + 4)x + a^2 + 3a + 2$$

$$abx^2 - (x^2 + b^2) + ab$$

x^2 の係数にも文字を含む型

★

IV 型 1文字について整理してからたすきがけをする型

$$2x^2 - xy - 6y^2 - 4x + y + 2$$

◀ 2種類の文字をふくむ型

$$a^2b - 2ab^2 + ac - abc - 2bc - c^2$$

◀ 3種類の文字をふくむ型

V 型 展開して1文字について整理して、たすきがけをする型

$$a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2)$$

3つの基本型と2つの融合型に分けて覚えます。

このように分けると、メリハリがきいて問題を解く時に使いやすいからです。

個々の型の「たすきがけ」のしかたについては、ここではふれません。

それぞれの教材で学習します。学習計画は、次のようになります。

数専ゼミ：「整式 § 3 因数分解」の学習計画

数専ゼミの因数分解の「たすきがけ」の部分の学習計画です。

(1) 3つの基本型

- | | | |
|--------|--------------|---------------------------|
| ① I 型 | 係数が数字だけの型 | No. 2 4 (1 / 6) ~ (5 / 6) |
| | 係数に分数がふくまれる型 | No. 2 4 (6 / 6) |
| ② II 型 | 定数項に文字を含む型 | No. 2 5 (1 / 3) ~ (2 / 3) |
| | 係数に分数がふくまれる型 | No. 2 5 (3 / 3) |

③Ⅲ型 定数項を因数分解する型 No. 26(1/4)~(3/4)
 x^2 の係数にも文字を含む型 No. 26(4/4)

(2) 因数分解の公式のまとめ… No. 27(1/2)~(2/2)
因数分解のすべての公式の混合練習問題です。
式の形を見て、どの公式が使えるかを判別する力を育てます。

(3) 「たすきがけ」を利用する因数分解

①Ⅳ型 1文字について整理してからたすきがけをする型 No. 37(1/4)~(4/4)

②Ⅴ型 展開して1文字について整理して、たすきがけをする型
No. 38(1/5)~(5/5)

*具体的な学習プログラムは、以下の資料をご覧ください。

→ Link | [数学Ⅰ・整式「学習計画書」](#) |

■なお、数専ゼミでは、上の学習計画にのっとり体験学習を無料で受講できます。
いつでも、お電話下さい。受講の日時を打ち合わせます。

“体系的”に学ぶことで応用力を身につけることができる

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp