



5

山形大学入試問題・前期

2021年度 数学

(1/1)

【第5問】

次の問に答えよ。

★(1) 関数 $f(x) = x^2(2\log x - 1)$ を微分せよ。★(2) 関数 $F(x) = \int_{-2}^x |t| dt$ を微分せよ。(3) 不定積分 $\int e^{-x} \cos x dx$ を求めよ。(4) 関数 $G(x) = \int_0^x e^{-t} \cos t dt$ ($0 \leq x \leq 2\pi$) の最大値と最小値を求めよ。また、そのときの x の値を求めよ。(5) $a > 0$ とする。次の関数 $g(x)$ が $x = 2$ で連続であるとき、 a の値を求めよ。

$$g(x) = \begin{cases} \sqrt{x+a} & (x \geq 2) \\ \frac{1}{2}(x+a) & (x < 2) \end{cases}$$

【入試情報】山形大学の入試問題(2021年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められております。

人文社会科学部 第1, 2, 3問 (90分)

理学部 第1, 3, 4, 5問 (120分)

医学部 第1, 3, 5, 6問 (120分)

農学部 第1, 2, 3, 4問 (120分)

★

■第5問の出題項目：小問5問(数学Ⅲ)

出題内容：(1)(2) 導関数, (3) 部分積分, (4) 最大・最小, (5) 関数の連続性

■今回は、第5問のうち(1)(2)のみの解答です。(3)(4)(5)は別ファイルになります。)

■2021年度・第5問(1)(2)を解くための基礎教材(数専ゼミオリジナル《学習書》)

(1)・数学Ⅲ 微分と導関数 No.6(1/4)

◀積の導関数

・数学Ⅲ いろいろな関数の導関数 No.2(1/11)

◀対数関数の導関数

(2)・数学Ⅲ 定積分 No.10(1/5)

◀変数を含む定積分で表された関数の微分

これらの教材を学習してから入試問題(第5問(1)(2))を解いてみてください。

すらすらと解けることにびっくりします。

*数専ゼミの高校数学教材は、山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから、この教材を学び切ることで、医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2021年度・第5問(1)】 - 〈2枚目/2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

【考え方】(1) 「微分せよ。」という文字を確認し、微分すべき式を見ます。

瞬時に”積の微分”とわかりますね。あとは、公式通りです。落とし穴はありません。後項では、対数を微分しなければなりません。これは対数の微分のいろはの”い”の形です。これがわからないと恥ずかしいです。

しかし、なぜこの公式が成り立つのかについては、けっこう難しいです。

一応、資料は紹介しておきます。読んでおいてください。公式を導けたからといって、“実戦”に役立つものではありませんが…。

◀数専ゼミの《学習書》:「数学Ⅲ いろいろな関数の導関数 No.2(1/11)」を参照。

(2) 「微分せよ。」という文字を確認し、微分すべき式を見ます。

「インテグラルの上端に変数がありますねえ。」と思った瞬間に答がでます。

答がでない人は、《学習書》数学Ⅲ 定積分 No.10(1/5)を学習しておいて下さい。なぜ、そのようになるかの理由も覚えておきましょう。

◀変数を含む定積分で表された関数の微分

「でも、こんな簡単なものを入試問題にしているものかね。」と思われる人がいるかもしれませんが、山形大学だからこれでいいのです。

すなわち、(2)は「山形大学入試出題原理」による(4)の誘導問題なのです。

本番は(4)の問題です。

[答 案]

★(1) 関数 $f(x) = x^2(2\log x - 1)$ を微分せよ。

$$f(x) = x^2(2\log x - 1)$$

$$f'(x) = (x^2)'(2\log x - 1) + x^2(2\log x - 1)'$$

◀積の微分法

$$= 2x(2\log x - 1) + x^2 \cdot \frac{2}{x}$$

◀ $(\log|x|)' = \frac{1}{x}$

$$= 4x\log x - 2x + 2x$$

$$= \underline{4x\log x}$$

★(2) 関数 $F(x) = \int_{-2}^x |t| dt$ を微分せよ。

$$F(x) = \int_{-2}^x |t| dt \text{ より,}$$

$$\underline{F'(x) = |x|}$$

◀変数を含む定積分で表された関数の微分