

「基礎」の使い方(2)

2024. 4. 19 (金)

2次関数のグラフの問題をやっています。高校数 I の授業です。

2次関数のグラフをかくために必要な式を作成する問題です。平方完成の問題です。

次の2次式を $a(x-p)^2+q$ の形に変形せよ。

(1) $-4x^2+8x-5$

(2) $\frac{1}{2}x^2-\frac{2}{5}x$

(1) の問題

生徒 A 子：「おっし！」

というかけ声とともに答案を書き出しました。

$$\begin{aligned} (1) \quad -4x^2+8x-5 &= -4(x^2+2x)-5 \\ &= -4(x^2+2x+1^2-1^2)-5 \\ &= -4(x+1)^2-1-5 \\ &= -4(x+1)^2-6 \end{aligned}$$

生徒 A 子：「う～ん！」

われながら、よく解けましたねえ…」

きれ～に、平方完成の落とし穴に落ちてくれました。

授業がとてもやりやすくなります。

生徒 A 子：「え？ え？」

どこが違うの？」

先生：「み～んな、違います。」

生徒 A 子：「そんな… (-_-;) …」

正解は、こちらです。

A 子くんの答案と比較してみてください。

$$\begin{aligned} (1) \quad -4x^2+8x-5 &= -4(x^2-2x)-5 \\ &\quad \triangle -4を割り出したのだから、符号が変わります。 \\ &= -4(x^2-2x+1^2-1^2)-5 \\ &= -4(x-1)^2+4-5 \\ &\quad \triangle 分配法則を使って $-4 \times (-1)$ として () からかけ出します。 \\ &= -4(x-1)^2-1 \end{aligned}$$

(2) の問題

先生：「いいですね。」

(2) は、誤答分析の結果に学び、解いてみて下さいね。」

生徒 A 子：「は～い！」

と、元気に(2)の問題に挑戦しております。

$$(2) \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{5}x = \frac{1}{2}(x^2 - \quad)$$

生徒 A 子：「う～っ！」

またまた、問題を威嚇しております。

ようするに、行き詰まっているのですね。

先生：「どしたの？」

生徒 A 子：「 $\frac{2}{5}$ から $\frac{1}{2}$ など、くくり出せないでしょうが…

ちと、ひきょうな問題じゃないの、せんせ！」

先生：「あのねえ、前の問題のコメントを読んでごらん。」

生徒 A 子：「ん？！」

”-4を割り出した” って書いてあるよ。」

先生：「そうでしょ？」

”くくり出した” んじゃなくて、”割り出した” のでしょうが…」

生徒 A 子：「あっ、そっかあ。割り出せばいいんだよ。

まちがえちゃいかんでしょうが、センセっ！」

先生：「だれが、まちがえたのっ！」

生徒 A 子：「ま、ま、興奮しないで…

$$\text{つまり、} \frac{2}{5} \div \frac{1}{2} = \frac{2}{5} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{5} \text{ とすればいいんだ。}」$$

賢い A 子くんです。すぐに了解したようです。

答えは先へ進みます。

$$(2) \frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{5}x = \frac{1}{2} \left\{ x^2 - \frac{4}{5}x + \left(\frac{2}{5}\right)^2 - \left(\frac{2}{5}\right)^2 \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \left(x - \frac{2}{5} \right)^2 - \frac{2}{25}$$

一件落着、というところですか…

平方完成については、まだまだ”よちよち歩き”状態です。

もっと、しっかりと歩けるように復習が必要なようです。

このように、数専ゼミでは、

生徒が問題を解くプロセスを分析しつつ指導します。

その過程で、与えられた問題を解くのに必要な基礎知識をもっていないと判断されたときは、その基礎知識の復習指導から入ります。

平方完成の復習計画

A子くんの復習指導計画です。次の式を平方完成できるようにします。

【2】 $y = a x^2 + b x + c$

これは平方完成の一般ツールを学ぶ学習です。一番大切な部分です。

平方完成の”一般”プロセスですから、他のすべての平方完成を解けるようにするための応用力の具体的な形（知識）です。知識ですから、だれでも習得できます。

【3】 $y = (-2x + 2)^2 - x^2$

与式を整えてから平方完成をします。

【4】 $y = -\frac{3}{2}x^2 + (a+3)x + 5a$

文字係数を含む式の平方完成です。また、 x の係数が多項式の形です。

【5】 $y = \frac{1}{3}a^2 - \frac{8}{\pi^2}a + \frac{1}{2}$

a についての2次関数です。 x 以外の文字でも自由に扱えるようにします。

【6】 $y = \frac{2}{3}p^2 - 4e^{-1}p$

e が係数になっています。数Ⅲの教材です。

基礎ツールとしての平方完成を学ぶ必要性

ということで、A子くんはまず、平方完成というのを復習することになりました。

ここで、なぜ、平方完成の技術を復習しなければならないかというと、

平方完成というのは、関数の最大値、最小値を求めるときに、数Ⅲまで使う超重要ツールだからです。三角関数、指数関数、対数関数、微分、積分…ずっと使います。

どれだけ問題の解き方がわかって、最初に出てくる平方完成で間違えると、最大値も最小値も違ってきます。つまり、いくら一生懸命に答案を書いても0点です。平方完成以外のすべての部分で完璧に答えても0点です。

間違った前提からスタートすると、論理が正確であればあるほど、確実に誤った結論に到達するのです。

復習の時間を取らなければならない

- ・ 因数分解とか
- ・ 2次不等式の解法とか
- ・ 絶対値のはずしかたとか
- ・ 判別式とか

数Ⅰには超重要思考ツールが詰まっています。

数 I を征服しなくては高校数学の征服はありません。

要するに、数学の点数が取れないという人の大部分はこれらの数 I の基礎ツールがあやしくなっています。

学校の授業はどんどん先へ進みます。

数学の苦手な人は、どこかで“復習”の時間を取らなくてはなりません。

数学が苦手な人は一人で学習するのは困難でしょうから“塾で”学ぶことをお勧めします。

何故か、については、こちらの資料をご覧ください → [| Essay_729 |](#)

基礎があるとないとでは…

基礎がないと、今学校で勉強している内容を理解するのに時間もかかります。

課題を消化するのに時間もかかります。

だから、できるだけ早く基礎を固めることを勧めるものです。

基礎がしっかりしてくると、学校の授業はおもしろくわかるようになります。

短時間で問題を解くことができるようになります。

余った時間を英語や理科の学習に回せます。

すべてがプラス方向に動き出します。

人生ってそんなものです。ちょっとしたきっかけが人生の方向を変えてしまうのです。復習がそのきっかけになるはずですよ。

数専ゼミでは、どの部分からでも、今からすぐ復習指導を受けることができます。

復習指導なら今必要を学べる数専ゼミの数学教室です。

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp