



山形大学入試問題・前期

2023年度 数学

(1/1)

【第1問】

赤球4個と白球6個が入った袋がある。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 袋から球を同時に2個取り出すとき、赤球1個、白球1個となる確率を求めよ。
- (2) 袋から球を同時に3個取り出すとき、赤球が少なくとも1個含まれる確率を求めよ。
- (3) 袋から球を1個取り出して色を調べてから袋に戻すことを2回続けて行うとき、1回目と2回目で同じ色の球が出る確率を求めよ。
- (4) 袋から球を1個取り出して色を調べてから袋に戻すことを5回続けて行うとき、2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が少なくとも3回でる確率を求めよ。

★(5) 袋から球を1個取り出し、赤球であれば袋に戻し、白球であれば袋に戻さないものとする。この操作を3回繰り返すとき、袋の中の白球が4個以下となる確率を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2023年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められております。

人文社会科学部 第1, 2, 3問 (90分)

理学部 第1, 3, 4, 5問 (120分)

医学部 第1, 3, 5, 6問 (120分)

農学部 第1, 2, 3, 4問 (120分)

★

■第1問の出題項目：数学A 確率

出題内容：袋から球を取り出す確率

■今回は、第1問のうち(5)のみの解答です。((1) (2) (3) (4) は別ファイルになります。)

■2023年度・第1問(5)が解けるようになる基礎教材(数専ゼミオリジナル教材)

(5)・数学A 独立な試行の確率 No.2 (2/11)

◀ 反復試行の確率

これらの教材を学習してから入試問題(第1問(5))を解いてみてください。

すらすらと解けることにびっくりします。

【注】数専ゼミの高校数学教材は、山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから、この教材を学び切ることで、医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

【考え方】(5) 「この操作を3回繰り返す」という条件から”反復試行の確率の問題である”と読み取れます。「袋の中の白球が4個以下となる確率」と球を取り出したときの袋の中の白球に条件がついているので、白球の取り出し方について場合分けをします。白球は、取り出したときには、袋の中に戻さないの条件付き確率になります。前の試行に応じて、全事象や取り出す球の個数が変わります。この変化のプロセスを”式の形で見える化”することで全体の状況を追っていきます。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2023年度・第1問(5)】 - 〈2枚目/3枚〉

➡ (前のページからのつづき)

なお、赤球を取り出したときは、球を袋の中に戻すので、独立試行の確率になり、次の試行に影響を与えません。

最後に、排反事象の加法定理で答を求めます。

【注】山形大学の入試問題は、ほとんどが、前の問の結果をうまく取り込むことで、次の問題が簡単に解けるように作問されています。

この技術をうまく使えるようになることが高得点を取る秘訣です。

[答 案]

★(5) 袋から球を1個取り出し、赤球であれば袋に戻し、白球であれば袋に戻さないものとする。この操作を3回繰り返すとき、袋の中の白球が4個以下となる確率を求める。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{1回の試行で赤球を取り出す確率は, } \frac{{}_4C_1}{{}_{10}C_1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad \text{これをOで表す。} \\ \text{1回の試行で白球を取り出す確率は, } \frac{{}_6C_1}{{}_{10}C_1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad \text{これを×で表す。} \end{array} \right.$$

袋の中の白球が4個以下となるのは、次の2つの場合があり、互いに排反である。

(i) 3回とも白球が出る場合 (袋の中の白球は3個)

(ii) 2回白球が出て、かつ1回赤球が出る場合 (袋の中の白球は4個)

◀1回白球が出て、かつ2回赤球が出る場合は、袋の中の白球は5個になるから不適

(i) 3回とも白球が出る場合

		1回	2回	3回	
1パターン	×	×	×	×	
	$\frac{{}_6C_1}{{}_{10}C_1}$	$\cdot \frac{{}_5C_1}{{}_9C_1}$	$\cdot \frac{{}_4C_1}{{}_8C_1}$		◀各回の試行は独立だから、確率は積で求める。

パターン数 1

確率 $\frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} = \frac{1}{6}$

(ii) 2回白球が出て、かつ1回赤球が出る場合

◀この部分は「条件付き確率」

		1回	2回	3回	
パターン①	×	×	○	○	
	$\frac{{}_6C_1}{{}_{10}C_1}$	$\cdot \frac{{}_5C_1}{{}_9C_1}$	$\cdot \frac{{}_4C_1}{{}_8C_1}$	$= \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8}$	◀白球の出方によって、全事象が変わるから、赤球の確率は変わる。

(次のページへつづく) ➡

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2023年度・第1問(5)】 - 〈3枚目／3枚〉

↗ (前のページからのつづき)

$$\text{パターン②} \quad \left| \begin{array}{ccc} \times & \circ & \times \\ \frac{6C_1}{10C_1} & \cdot \frac{4C_1}{9C_1} & \cdot \frac{5C_1}{9C_1} \end{array} \right. = \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{9}$$

$$\text{パターン③} \quad \left| \begin{array}{ccc} \circ & \times & \times \\ \frac{4C_1}{10C_1} & \cdot \frac{6C_1}{10C_1} & \cdot \frac{5C_1}{9C_1} \end{array} \right. = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9}$$

①と②と③より, 求める確率は, 排反事象の加法定理より,

$$\begin{aligned} & \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \cdot \frac{4}{8} + \frac{6}{10} \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{9} + \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{10} \cdot \frac{5}{9} \\ &= \frac{1}{6} + \frac{4}{27} + \frac{2}{15} \\ &= \frac{45}{270} + \frac{40}{270} + \frac{36}{270} \\ &= \frac{121}{270} \end{aligned}$$

(i)と(ii)より, 求める確率は, 排反事象の加法定理より,

$$\frac{1}{6} + \frac{121}{270} = \frac{45}{270} + \frac{121}{270} = \frac{166}{270} = \frac{83}{135}$$