



山形大学入試問題・前期

2023年度 数学

(1/1)

## 【第1問】

赤球4個と白球6個が入った袋がある。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 袋から球を同時に2個取り出すとき、赤球1個、白球1個となる確率を求めよ。
- (2) 袋から球を同時に3個取り出すとき、赤球が少なくとも1個含まれる確率を求めよ。
- (3) 袋から球を1個取り出して色を調べてから袋に戻すことを2回続けて行うとき、1回目と2回目で同じ色の球が出る確率を求めよ。
- ★(4) 袋から球を1個取り出して色を調べてから袋に戻すことを5回続けて行うとき、2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が少なくとも3回でる確率を求めよ。
- (5) 袋から球を1個取り出し、赤球であれば袋に戻し、白球であれば袋に戻さないものとする。この操作を3回繰り返すとき、袋の中の白球が4個以下となる確率を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2023年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第1, 2, 3問	(90分)
理学部	第1, 3, 4, 5問	(120分)
医学部	第1, 3, 5, 6問	(120分)
農学部	第1, 2, 3, 4問	(120分)

★

■第1問の出題項目：数学A 確率

出題内容：袋から球を取り出す確率

■今回は、第1問のうち(4)のみの解答です。( (1) (2) (3), (5) は別ファイルになります。 )

■2023年度・第1問(4)が解けるようになる基礎教材(数専ゼミオリジナル教材)

(4)・数学A 独立な試行の確率 No.2 (2/11) ◀反復試行の確率

これらの教材を学習してから入試問題(第1問(4))を解いてみてください。

すらすらと解けることにびっくりします。

【注】数専ゼミの高校数学教材は、山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから、この教材を学び切ることで、医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

【考え方】(4) 「5回続けて行う」(独立試行)という条件から”反復試行の確率の問題である”と読み取れます。2回目が固定で赤球が出るから、残り4回から、2回目も含めて「赤球が少なくとも3回でる」確率を求めます。「赤球が少なくとも3回でる」という条件から「1-~」(余事象の確率)で求めようとするとめんどろになります。ここは、“手動で”5回が赤球の場合と4回が赤球の場合と3回が赤球の場合に分けて、それぞれ“反復試行”の確率を求め、排反事象の加法定理で答を求めます。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2023年度・第1問(4)】 - (2枚目/3枚)

➡ (前のページからのつづき)

「少なくとも～」の問題は必ずしも”余事象の確率”で求めるのではない、というところが”入試っぽい”問題といえます。

【注】山形大学の入試問題は、ほとんどが、前の問の結果をうまく取り込むことで、次の問題が簡単に解けるように作問されています。

この技術をうまく使えるようになることが高得点を取る秘訣です。

[答 案]

★(4) 袋から球を1個取り出して色を調べてから袋に戻すことを5回続けて行うとき、2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が少なくとも3回出る確率を求める。

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{1回の試行で赤球を取り出す確率は, } \frac{{}_4C_1}{{}_{10}C_1} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5} \quad \text{これを○で表す。} \\ \text{1回の試行で白球を取り出す確率は, } \frac{{}_6C_1}{{}_{10}C_1} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \quad \text{これを×で表す。} \end{array} \right.$$

2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が少なくとも3回出るのは、次の3つの場合があり互いに排反である。

- (i) 2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が5回出る場合
- (ii) 2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が4回出る場合
- (iii) 2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が3回出る場合

- (i) 2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が5回出る場合 ◀ここからは反復試行の確率

	1回	2回	3回	4回	5回	
1パターン	○	○	○	○	○	
	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	◀各回の試行は独立だから、 確率は積で求める。

パターン数 1

$$\text{確率 } \left(\frac{2}{5}\right)^5 = \frac{32}{3125}$$

- (ii) 2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が4回出る場合

	1回	2回	3回	4回	5回	
1パターン	○	○	○	○	×	
	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$	

パターン数  ${}_4C_3$

$$\text{確率 } {}_4C_3 \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{3}{5}\right) = \frac{192}{3125}$$

(次のページへつづく) ➡

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2023年度・第1問(4)】 - 〈3枚目／3枚〉

↗ (前のページからのつづき)

(iii) 2回目に赤球が出て、かつ全部で赤球が3回出る場合

	1回	2回	3回	4回	5回
1パターン	○	○	○	×	×
	$\frac{2}{5}$	. $\frac{2}{5}$	. $\frac{2}{5}$	. $\frac{3}{5}$	. $\frac{3}{5}$

パターン数  ${}_4C_2$

$$\text{確率 } {}_4C_2 \left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{432}{3125}$$

(i)と(ii)と(iii)より, 求める確率は, 排反事象の加法定理より,

$$\frac{32}{3125} + \frac{192}{3125} + \frac{432}{3125} = \frac{656}{3125}$$