｜メニューへ戻る｜

３

山形大学入試問題・前期

# ２０２３年度　数学

（１／１）

## 【第３問】

平面上に平行四辺形ＡＢＣＤがある。ただし，ＡＢ＝ＡＤ＝１とする。また，点Ｃから直線ＡＢへ垂線を下ろし，その交点Ｅが$\overrightarrow{AE}=t\overrightarrow{AB}$（$1<t<2$）を満たすとする。さらに，線分ＢＣと線分ＤＥの交点をＦとする。このとき，次の問に答えよ。

(1)　内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ を t を用いて表せ。
(2)　内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ を t を用いて表せ。
(3)　線分ＡＣの長さを t を用いて表せ。
★(4)　内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$ を t を用いて表せ。
(5)　△ＢＥＣの面積Ｓを t を用いて表せ。また，$S^2$の最大値と，そのときの t の値を求めよ

【入試情報】山形大学の入試問題（２０２３年度・数学）は，第１問から第６問まであり，学部に応じて，次のように解答することが求められております。

| | | |
|---|---|---|
| 人文社会科学部 | 第１，２，３問 | （　９０分） |
| 理学部 | 第１，３，４，５問 | （１２０分） |
| 医学部 | 第１，３，５，６問 | （１２０分） |
| 農学部 | 第１，２，３，４問 | （１２０分） |

★

■第３問の出題項目：数学Ｂ・ベクトル／数学Ⅲ　微分法
　出題内容：平面ベクトル　／４次関数の最大値

■今回は，第３問のうち(4)　のみの解答です。（(1)(2)(3)，(5)は別ファイルになります。）

■２０２３年度・第３問(4)が解けるようになる基礎教材（数専ゼミオリジナル教材）
・数学Ｂ　ベクトルと図形　№１（２／８）　◀分点の位置ベクトル
　ベクトルと図形　№５（２／７）　◀分点の位置ベクトル

これらの教材を学習してから入試問題（第３問(4)）を解いてみてください。
すらすらと解けることにびっくりします。

【注】数専ゼミの高校数学教材は，山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから，この教材を学び切ることで，医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

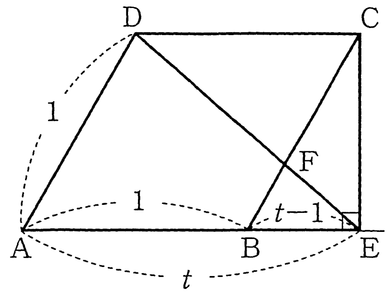
（次のページへつづく）↗

□□　【山形大学入試問題・前期　２０２３年度・第３問 (4)】　－〈２枚目／２枚〉

↗（前のページからのつづき）

【考え方】(4)　△ＤＦＣ∽△ＥＦＢより，ＤＦ：ＥＦ＝ＣＤ：ＢＥ＝１：（ｔ－１）より，点Ｆが線分ＤＥの内分点であるから，まず点Ｆの位置ベクトルを求め，これを条件式に代入して内積を求めればよい。分配法則で現れる内積については，(1)，(2)の結果がそのまま使える。実に，”山形大学っぽい”問題である。

【注】山形大学の入試問題は，ほとんどが，前の問の結果をうまく取り込むことで，次の問題が簡単に解けるように作問されています。
この技術をうまく使えるようになることが高得点を取る秘訣です。




［答　　案］

(4)　内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$ を t を用いて表す。

1　（DF:FEの比を求める）

△ＤＦＣ∽△ＥＦＢより，

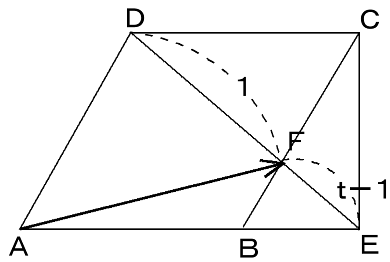
ＤＦ：ＥＦ＝ＣＤ：ＢＥ＝１：（ｔ－１）

2　（点Fの位置ベクトルを求める）

点Ｆは線分ＤＥを１：（ｔ－１）に内分する点になるので，内分点の公式より，

$$\overrightarrow{AF}=\frac{(t-1)\overrightarrow{AD}+1\cdot\overrightarrow{AE}}{1+(t-1)}$$

$$=\frac{t-1}{t}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{t}\overrightarrow{AE}$$




3　（内積 $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$ を求める）

したがって，

$$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}\cdot\left(\frac{t-1}{t}\overrightarrow{AD}+\frac{1}{t}\overrightarrow{AE}\right)$$

$$=\frac{t-1}{t}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}+\frac{1}{t}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}$$ ◀内積の分配法則

$$=\frac{t-1}{t}\cdot(t-1)+\frac{1}{t}\cdot t$$ ◀(2)より，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=t-1$／(1) より，$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AE}=t$

$$=\frac{t^2-2t+1}{t}+\frac{t}{t}$$

$$=\frac{t^2-t+1}{t}$$