

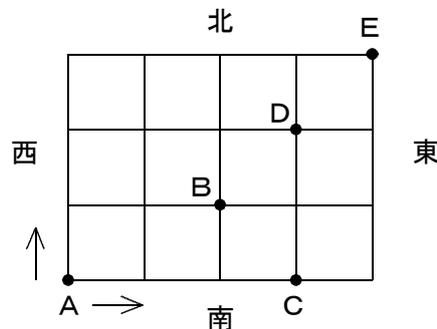
山形大学入試問題・前期

2024. 3. 14(木)

2022年度 数学

(1/1)

## 【第1問】



上図のような正方形の区画から構成される道路があり、点Aを出発地点とする。「北」、「東」、「その場に留まる」と書かれた3枚のカードから無作為に1枚を引き、「北」を引いたら北に向かって1区画進み、「東」を引いたら東に向かって1区画進み、「その場に留まる」を引いたらその場に留まる。ただし、カードの指示通り移動できない場合にはその場に留まるとする。その後、引いたカードはもとに戻す。この操作を繰り返すとき、次の問いに答えよ。

- (1) 3回操作を繰り返したとき、点Bにいる確率を求めよ。
- (2) 5回操作を繰り返したとき、点Cを通過して点Dにいる確率を求めよ。
- (3) 5回操作を繰り返したとき、点Bを通らずに点Dにいる確率を求めよ。
- (4) 6回操作を繰り返したとき、点Dにいる確率を求めよ。
- (5) 7回操作を繰り返したとき、点B、C、Dのうち2つを通過して点Eにいる確率を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2022年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められております。

人文社会科学部 第1, 2, 3問 (90分)

理学部 第1, 3, 4, 5問 (120分)

医学部 第1, 3, 5, 6問 (120分)

農学部 第1, 2, 3, 4問 (120分)

★

■今回は、第1問(1)~(5)の全問の解答です。

第1問は、「数学A・独立な試行の確率」からの出題です。

■2022年度・第1問が解けるようになる基礎教材(数専ゼミオリジナル教材)

・数学A 独立な試行の確率 No.7(1/6), No.2(1/11)~(2/11)

・数学II 整式の乗法・除法と分数式 No.15(1/7)・多項定理

これらの教材を学習してから入試問題(第1問)を解いてみてください。

すらすらと解けることにびっくりします。

(次のページへつづく) ↗

## □ □ 【山形大学入試問題・前期 2022年度・第1問】 - 〈2枚目／4枚〉

➡ (前のページからのつづき)

【注】数専ゼミの高校数学教材は、山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから、この教材を学び切ることで、医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

【注】山形大の問題は、ほとんどが、前の問の結果をうまく取り込むことで、次の問題が簡単に解けるように作問されています。

この技術をうまく使えるようになることが高得点を取る秘訣です。

第1問の(5)では、(1)～(3)については、その結果をそのまま利用できます。

[答 案]

○ (根元事象の確率)

1回の試行で「北」を引く確率は $\frac{1}{3}$  これを↑で表す。

1回の試行で「東」を引く確率は $\frac{1}{3}$  これを→で表す。

1回の試行で「その場に留まる」を引く確率は $\frac{1}{3}$  これを×で表す。

(1) 3回操作を繰り返したとき、点Bにいる確率を求める。(A→B)

これを図で表すと、

1パターン	}	1回	2回	3回	◀各回の試行は独立だから積
パターン数	{	↑	→	→	
${}_3C_1$	{	$\frac{1}{3}$	· $\frac{1}{3}$	· $\frac{1}{3}$	$= \left(\frac{1}{3}\right)^3$
確率	{	${}_3C_1 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$			

(2) 5回操作を繰り返したとき、点Cを通過して点Dにいる確率を求める。(A→C→D)

これを図で表すと、

1パターン	}	1回	2回	3回	4回	5回	◀各回の試行は独立だから積
パターン数	{	→	→	→	↑	↑	
1	{	$\frac{1}{3}$	· $\frac{1}{3}$	· $\frac{1}{3}$	· $\frac{1}{3}$	· $\frac{1}{3}$	$= \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2$
確率	{	$\left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = \underline{\underline{\frac{1}{243}}}$					

(3) 5回操作を繰り返したとき、点Bを通らずに点Dにいる確率を求める。

○ (場合分け)

(i) 事象X: 5回操作を繰り返して点Dにいる。

(ii) 事象Y: 5回操作を繰り返して点Bを通り点Dにいる。

(次のページへつづく) ➡

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2022年度・第1問】 - 〈3枚目／4枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(i) Xについて(A→D)

これを図で表すと,

	1回	2回	3回	4回	5回	◀各回の試行は独立だから積
1パターン	↑	↑	→	→	→	
パターン数	{	{	{	{	{	
${}_5C_2$	$\frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$= \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3$

$$\text{確率 } P(X) = {}_5C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{10}{243}$$

(ii) Yについて(A→B→D)

・ A→Bについては(1)より,  $\frac{1}{9}$

・ B→Dについて,  
これを図で表すと,

	1回	2回	◀各回の試行は独立だから積
1パターン	↑	→	
パターン数	{	{	
${}_2C_1$	$\frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right)$	

$$\text{確率 } {}_2C_1 \left(\frac{1}{3}\right) \left(\frac{1}{3}\right) = \frac{2}{9}$$

・ よって, A→B→Dについて,

$$\text{確率 } P(Y) = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{9} = \frac{2}{81}$$

(i), (ii)より, 求める確率は

$$P(X) - P(Y) = \frac{10}{243} - \frac{2}{81} = \frac{4}{243}$$

(4) 6回操作を繰り返したとき, 点Dにいる確率を求める。

これを図で表すと,

	1回	2回	3回	4回	5回	6回	◀各回の試行は独立だから積
1パターン	↑	↑	→	→	→	×	◀×は動かない。
パターン数	{	{	{	{	{	{	
${}_6C_2 \cdot {}_4C_3 \cdot {}_1C_1$	$\frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3}$	$\cdot \frac{1}{3} = \left(\frac{1}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \left(\frac{1}{3}\right)$	

$$\text{確率 } {}_6C_2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot {}_4C_3 \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot {}_1C_1 \left(\frac{1}{3}\right) \quad \leftarrow \text{多項定理}$$

$$= \frac{6 \cdot 5}{2 \cdot 1} \cdot \frac{1}{9} \times \frac{4 \cdot 1}{27} \times \frac{1}{3}$$

$$= \frac{20}{243}$$

(次のページへつづく) ➡

## □ □ 【山形大学入試問題・前期 2022年度・第1問】 - 〈4枚目 / 4枚〉

➡ (前のページからのつづき)

(5) 7回操作を繰り返したとき、点B, C, Dのうち2つを通して点Eにいる確率を求める。

□ (場合分け)

(i) 事象X: 7回操作を繰り返して「点Bと点D」を通る場合。

(ii) 事象Y: 7回操作を繰り返して「点Cと点D」を通る場合。

(i) Xについて(「点Bと点D」を通る場合)・ A→Bについては(1)より,  $\frac{1}{9}$ ・ B→Dについては(3)より,  $\frac{2}{9}$ ・ D→Eについては, B→Dの場合と同じで,  $\frac{2}{9}$ 

よって, A→B→D→Eの場合の確率は

$$\text{確率 } P(X) = \frac{1}{9} \times \frac{2}{9} \times \frac{2}{9} = \frac{4}{729}$$

(ii) Yについて(「点Cと点D」を通る場合)・ A→C→Dについては(2)より,  $\frac{1}{243}$ ・ D→Eについては, B→Dの場合と同じで,  $\frac{2}{9}$ 

よって, A→C→D→Eの場合の確率は

$$\text{確率 } P(Y) = \frac{1}{243} \times \frac{2}{9} = \frac{2}{2187}$$

(i), (ii)より, 求める確率は

$$P(X) + P(Y) = \frac{4}{729} + \frac{2}{2187} = \frac{12}{2187} + \frac{2}{2187} = \frac{14}{2187}$$

◀ 排反事象の加法定理