



山形大学入試問題・前期

2022年度 数学

(1/1)

【第6問】

複素数平面上で、複素数 z を用いて、2つの円 O_1 と O_2 を、次の式で定義する。

$$O_1 : |z+5|=1+2\sqrt{5}$$

$$O_2 : |z-5|=1$$

この2つの円に外接する円 O_3 の中心を点 $P(\alpha)$ とし、円 O_1 と O_3 の接点を $Q(\beta)$ とおくとき、次の間に答えよ。

- (1) 複素数 α の実部が正であることを示せ。
- ★(2) 2つの実数 x 、 y と虚数単位 i を用いて複素数 α を $\alpha = x + yi$ と表すとき、 x を y で表せ。
- (3) $t = \tan(\arg(\alpha))$ としたとき、 t のとりうる値の範囲を求めよ。
ただし、 $\arg(\alpha)$ は複素数 α の偏角とする。
- (4) 複素数 α を t を用いて表せ。
- (5) $\arg(\alpha) = \frac{\pi}{3}$ のとき、複素数 β の値を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2022年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められております。

人文社会科学部 第1, 2, 3問 (90分)

理学部 第1, 3, 4, 5問 (120分)

医学部 第1, 3, 5, 6問 (120分)

農学部 第1, 2, 3, 4問 (120分)

★

- 今回は、第6問のうち(2)のみの解答です。((1), (3)~(5)は別ファイルになります。) 第6問は、「数学Ⅲ・平面図形と複素数」からの出題です。(2024年度からは数学C)

- 2022年度・第6問(2)が解けるようになる基礎教材(数専ゼミオリジナル教材)
・数学Ⅱ 円と直線 No.1(1/4)~(2/4)

これらの教材を学習してから入試問題(第6問(2))を解いてみてください。

すらすらと解けることにびっくりします。◀(1)で既に学習しているので、ここで学習する必要ないかもしれません

*数専ゼミの高校数学教材は、山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから、この教材を学び切ることで、医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

- 【考え方】(2) ③を $(r+1)$ についてとき、これを①に代入すれば、 x と y の式になる。これを x について解けば、 x を y で表すことになる。このときには(1)の結果を使う。

【注】山形大の問題は、ほとんどが、前の問の結果をうまく取り込むことで、次の問題が簡単に解けるように作問されています。

この技術をうまく使えるようになることが高得点を取る秘訣です。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2022年度・第6問(2)】 - 〈2枚目/2枚〉

➡ (前のページからのつづき)

[答 案]

★(2) 2つの実数 x , y と虚数単位 i を用いて複素数 α を $\alpha = x + yi$ と表すとき, x を y で表す。

① (r を消去する)

③を($r + 1$)について解くと,

$$\sqrt{5}(r+1) = 5x - 5$$

$$r+1 = \frac{5(x-1)}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}(x-1) \quad \dots \textcircled{4}$$

◀ r を消去するため。

② (x と y の関係式を求める)

④を①に代入して,

$$(x-5)^2 + y^2 = \{\sqrt{5}(x-1)\}^2$$

$$x^2 - 10x + 25 + y^2 = 5x^2 - 10x + 5$$

$$4x^2 = y^2 + 20$$

$$x^2 = \frac{y^2 + 20}{4}$$

③ (x を y の式で表す)

$x > 0$ より,

$$x = \frac{\sqrt{y^2 + 20}}{2} \quad \dots \textcircled{5}$$

◀ (1) より $x > 0$ がわかる。

◀ ⑤は次の(3)の間で使います。