



山形大学入試問題・前期

2022年度 数学

(1/1)

【第3問】

平面上に点 O, A, B, C, D があり, $OA = 2, OB = 3, \overrightarrow{OC} = 3\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$,
 $OC = \sqrt{15}$ を満たすとする。また, 線分 OB 上に点 H があり, \overrightarrow{OB} と \overrightarrow{DH} は直交している
 とする。さらに, 線分 OD の中点を M , 線分 BM と線分 DH の交点を P とするとき,
 $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{OD}$, $DP = 3$ を満たすとする。このとき, 次の間に答えよ。

- (1) 内積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$ を求めよ。
- (2) $\triangle OBC$ の面積を求めよ。
- (3) 内積 $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD}$ を求めよ。
- ★(4) 線分 OD の長さを求めよ。
- (5) $DP : PH$ を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2022年度・数学)は, 第1問から第6問までであり,
 学部に応じて, 次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第1, 2, 3問	(90分)
理学部	第1, 3, 4, 5問	(120分)
医学部	第1, 3, 5, 6問	(120分)
農学部	第1, 2, 3, 4問	(120分)

★

■今回は, 第3問のうち(4)のみの解答です。((1)~(3), (5) は別ファイルになります。)
 第3問は, 「数学B・ベクトル」からの出題です。(2024年度からは数学C)

★

【考え方】(4) 条件 $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{OD}$ の両辺を2乗することで, $|\overrightarrow{OD}|^2$ が現れ,

条件より $DP = 3, OB = 3$, また, (3) より, $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 6$, であるから,
 これらを条件式に代入することで, OD が求まる。

[答 案]

★(4) 線分 OD の長さを求める。

条件 $\overrightarrow{DP} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OB} - \frac{3}{4}\overrightarrow{OD}$ の両辺を2乗して,

$$|\overrightarrow{DP}|^2 = \frac{1}{4}|\overrightarrow{OB}|^2 - \frac{3}{4}\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} + \frac{9}{16}|\overrightarrow{OD}|^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

ここで, ・条件より, $DP = 3, OB = 3$

・(3) より, $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD} = 6$

であるから, これらを①に代入して,

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2022年度・第3問(4)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

↗ (前のページからのつづき)

$$3^2 = \frac{1}{4} \cdot 3^2 - \frac{3}{4} \cdot 6 + \frac{9}{16} |\overrightarrow{OD}|^2$$

$$144 = 36 - 72 + 9|\overrightarrow{OD}|^2$$

◀ 両辺に16をかけて分母を払う。

$$9|\overrightarrow{OD}|^2 = 180$$

$$|\overrightarrow{OD}|^2 = 20$$

$$|\overrightarrow{OD}| = 2\sqrt{5}$$

よって, $OD = 2\sqrt{5}$