



山形大学入試問題・前期

2022年度 数学

(1/1)

【第3問】

平面上に点 O, A, B, C, D があり, $OA = 2, OB = 3, \vec{OC} = 3\vec{OA} - \vec{OB}$,
 $OC = \sqrt{15}$ を満たすとする。また, 線分 OB 上に点 H があり, \vec{OB} と \vec{DH} は直交している
 とする。さらに, 線分 OD の中点を M , 線分 BM と線分 DH の交点を P とするとき,
 $\vec{DP} = \frac{1}{2}\vec{OB} - \frac{3}{4}\vec{OD}$, $DP = 3$ を満たすとする。このとき, 次の間に答えよ。

- ★ (1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を求めよ。
 (2) $\triangle OBC$ の面積を求めよ。
 (3) 内積 $\vec{OB} \cdot \vec{OD}$ を求めよ。
 (4) 線分 OD の長さを求めよ。
 (5) $DP : PH$ を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2022年度・数学)は, 第1問から第6問まであり,
 学部に応じて, 次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第1, 2, 3問	(90分)
理学部	第1, 3, 4, 5問	(120分)
医学部	第1, 3, 5, 6問	(120分)
農学部	第1, 2, 3, 4問	(120分)

★

* 今回は, 第3問のうち(1)のみの解答です。(2)~(5)は別ファイルになります。)

第3問は, 「数学B・ベクトル」からの出題です。

数専ゼミの通常授業で使っている教材(数学B「ベクトルとその演算」No.27(3/7))と比較
 してみてください。酷似していることに気づくことと思います。

* 数専ゼミの高校数学教材は, 山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してありま
 す。だから, この教材を学び切ることで, 医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

* ために,

「数専ゼミの入試対策基礎教材」(数学B「ベクトルとその演算」No.27(3/7))を学習し
 てから, 入試問題(第3問(1))を解いてみてください。すらすらと解けることにびっくりしま
 す。

【学習上の戦略】内積の多くは定義から求めますが, この問題では $\cos \theta$ を求めることができない
 ので, 「条件式を2乗する」”手”を使います。

【考え方】(1) 条件 $\vec{OC} = 3\vec{OA} - \vec{OB}$ の両辺を2乗することで, $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ が得られる。

$|\vec{OC}|^2, |\vec{OA}|^2, |\vec{OB}|^2$ も与えられているので, 内積は求まる。

(次のページへつづく) ↗

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2022年度・第3問(1)】 - 〈2枚目 / 2枚〉

➤ (前のページからのつづき)

[答 案]

★(1) 内積 $\vec{OA} \cdot \vec{OB}$ を求めよ。 $\vec{OC} = 3\vec{OA} - \vec{OB}$ の両辺を2乗して、

$$|\vec{OC}|^2 = (3\vec{OA} - \vec{OB})^2$$

$$|\vec{OC}|^2 = 9|\vec{OA}|^2 - 6\vec{OA} \cdot \vec{OB} + |\vec{OB}|^2 \quad \dots \textcircled{1}$$

 $OA = 2$, $OB = 3$, $OC = \sqrt{15}$ を①に代入して、

$$(\sqrt{15})^2 = 9 \times 2^2 - 6\vec{OA} \cdot \vec{OB} + 3^2$$

$$6\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 36 + 9 - 15 = 30$$

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \frac{30}{6} = \underline{5}$$