



山形大学入試問題・前期

2022年度 数学

(1/1)

【第5問】

関数 $f(x) = (x^2 + 2x - 1)e^{-x}$ に対し、曲線 $y = f(x)$ を C とする。このとき、次の問いに答えよ。

- (1) 関数 $f(x)$ の極値とそのときの x の値を求めよ。
- (2) 曲線 C の変曲点を求めよ。
- ★(3) 曲線 C の接線で原点 O を通るものをすべて求めよ。
- (4) 不定積分 $\int x e^{-x} dx$, $\int x^2 e^{-x} dx$ を求めよ。
- (5) (3) で求めた接線のうち、その接点の x 座標が最小になるものを L とする。曲線 C と接線 L 、および y 軸によって囲まれた図形の面積を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題(2022年度・数学)は、第1問から第6問まであり、学部に応じて、次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第1, 2, 3問
理学部	第1, 3, 4, 5問
医学部	第1, 3, 5, 6問
農学部	第1, 2, 3, 4問

*今回は、第5問のうち(3)のみの解答です。(1), (2), (4), (5)は別ファイルになります。) 第5問は、「数Ⅲ・微分法・積分法」からの出題です。

数専ゼミの通常授業で使っている教材(数Ⅲ「導関数の応用」No.4(1/8))と比較してみてください。酷似していることに気づくことと思います。

数専ゼミの高校数学教材は、山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから、この教材を学び切ることで、医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。ためしに、「数専ゼミの入試対策基礎教材」(数Ⅲ「導関数の応用」No.4(1/8))を学習してから、入試問題(第5問(2))を解いてみてください。すらすらと解けることにびっくりします。(数専ゼミの教材では t は1つですが、入試では t は2つです。)

[答 案]

- ★(3) 曲線 C の接線で原点 O を通るものをすべて求めよ。

0 (接点の座標を仮定する)

接点の x 座標を t とすると、接点の座標は $(t, (t^2 + 2t - 1)e^{-t})$ となる。

1 (接線の仮の傾きを求める)

$$\leftarrow (e^x)' = e^x$$

(1) より、 $y' = (3 - x^2)e^{-x}$ であるから、

◀ 導関数

点 $(t, (t^2 + 2t - 1)e^{-t})$ における接線の傾きは、 $(3 - t^2)e^{-t}$

◀ 接線の傾き

である。

□ □ 【山形大学入試問題・前期 2022年度・第5問(3)】 - 〈2枚目/2枚〉

➔ (前のページからのつづき)

2 (接線の仮の方程式求める)

この接点における接線の方程式は,

$$y - (t^2 + 2t - 1)e^{-t} = (3 - t^2)e^{-t} (x - t) \quad \dots \textcircled{1}$$

3 (tの値を求める)

①の直線が原点(0, 0)を通るから, $x = 0$, $y = 0$ を①に代入して,

$$0 - (t^2 + 2t - 1)e^{-t} = (3 - t^2)e^{-t} (0 - t)$$

$$-(t^2 + 2t - 1)e^{-t} = (3 - t^2)e^{-t} (-t)$$

両辺 $\times \frac{1}{e^{-t}}$ より,

$$-t^2 - 2t + 1 = -3t + t^3$$

$$t^3 + t^2 - t - 1 = 0$$

$$(t - 1)(t^2 + 2t + 1) = 0$$

$$(t - 1)(t + 1)^2 = 0$$

$$t = \pm 1$$

1	1	-1	-1
+		1	2
	1	2	1
			0

4 (接線の方程式を求める)

・ $t = -1$ のとき, これを①の式に代入して,

$$y - \{(-1)^2 + 2 \cdot (-1) - 1\}e^{-(-1)} = \{3 - (-1)^2\}e^{-(-1)} \{x - (-1)\}$$

$$y + 2e = 2e(x + 1)$$

$$y = 2ex + 2e - 2e$$

$$\underline{y = 2ex}$$

・ $t = 1$ のとき, これを①の式に代入して,

$$y - \{(1)^2 + 2 \cdot (1) - 1\}e^{-(1)} = \{3 - (1)^2\}e^{-(1)} \{x - (1)\} \quad \leftarrow \text{代入なので正でも()に入れてある}$$

$$y - \frac{2}{e} = \frac{2}{e}x - \frac{2}{e}$$

$$\underline{y = \frac{2}{e}x}$$