5

山形大学入試問題・前期

２０２２年度　数学

（１／１）

【第５問】

関数 $f(\chi)=(\chi^2+2\chi-1)e^{-\chi}$ に対し，曲線 $y=f(\chi)$ をCとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(\chi)$ の極値とそのときの χ の値を求めよ。

★(2) 曲線Cの変曲点を求めよ。

(3) 曲線Cの接線で原点Oを通るものをすべて求めよ。

(4) 不定積分 $\int \chi e^{-x}dx$，$\int \chi^2 e^{-x}dx$ を求めよ。

(5) (3) で求めた接線のうち，その接点の χ 座標が最小になるものをＬとする。曲線Cと接線Ｌ，およびｙ軸によって囲まれた図形の面積を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題（２０２２年度・数学）は，第１問から第６問まであり，学部に応じて，次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第１，２，３問
理学部	第１，３，４，５問
医学部	第１，３，５，６問
農学部	第１，２，３，４問

＊今回は，第５問のうち(2)のみの解答です。（(1)，(3)～(5)は別ファイルになります。）
第５問は，「数Ⅲ・微分法・積分法」からの出題です。
数専ゼミの通常授業で使っている教材（数Ⅲ「いろいろな応用」No.２（４／７））と比較してみて下さい。酷似していることに気づくことと思います。
数専ゼミの高校数学教材は，山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから，この教材を学び切ることで，医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。
ためしに，「数専ゼミの入試対策基礎教材」（数Ⅲ「いろいろな応用」No.２（４／７））を学習してから，入試問題（第５問(2)）を解いてみてください。すらすらと解けることにびっくりします。（数専ゼミの教材の方が少し難しいようですが…）

［答　　案］

★(2) **曲線Cの変曲点を求めよ。**

1　（第２次導関数を求める）

$y''=\{(3-\chi^2)e^{-x}\}'$

$=(3-\chi^2)'e^{-x}+(3-\chi^2)(e^{-x})'$　　◀積の微分法

$=-2\chi e^{-x}+(3-\chi^2)(-e^{-x})$　　◀合成関数の微分法

$=(-2\chi-3+\chi^2)e^{-x}$

$=(\chi+1)(\chi-3)e^{-x}$　　…①

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

$\boxed{2}$　（グラフの凹凸を調べる）

・①で $e^{-\chi}>0$ であるから，$y''>0$ となる χ の範囲は，

$(\chi+1)(\chi-3)>0$　すなわち　$\chi<-1$，$3<\chi$

よって，$y=f(\chi)$ のグラフは，

$\chi<-1$，$3<\chi$ で下に凸，$-1<\chi<3$ で上に凸　…②

$\boxed{3}$　（変曲点の座標を求める）

②より，$\chi=-1$，３でグラフの凹凸が入れかわるから，

変曲点の座標は，

$\chi=-1$ のとき，$y=\{(-1)^2+2\cdot(-1)-1\}e^{-(-1)}$

$\chi=3$　のとき，$y=(3^2+2\cdot3-1)e^{-3}$

$$=14e^{-3}=\frac{14}{e^3}$$

であるから，$\underline{(-1,\ -2e),\ \left(3,\ \frac{14}{e^3}\right)}$　　◀曲線Ｃの変曲点