5

山形大学入試問題・前期

２０２２年度　数学

（１／１）

【第５問】

関数 $f(\chi)=(\chi^2+2\chi-1)e^{-\chi}$ に対し，曲線 $y=f(\chi)$ をＣとする。このとき，次の問いに答えよ。

(1) 関数 $f(\chi)$ の極値とそのときの χ の値を求めよ。

(2) 曲線Ｃの変曲点を求めよ。

(3) 曲線Ｃの接線で原点Ｏを通るものをすべて求めよ。

(4) 不定積分 $\int \chi e^{-\chi}dx$，$\int \chi^2 e^{-\chi}dx$ を求めよ。

(5) (3) で求めた接線のうち，その接点の χ 座標が最小になるものをＬとする。曲線Ｃと接線Ｌ，およびｙ軸によって囲まれた図形の面積を求めよ。

【入試情報】山形大学の入試問題（２０２２年度・数学）は，第１問から第６問まであり，学部に応じて，次のように解答することが求められております。

人文社会科学部	第１，２，３問
理学部	第１，３，４，５問
医学部	第１，３，５，６問
農学部	第１，２，３，４問

＊今回は，第５問のうち(1) のみの解答です。（(2)～(5)は別ファイルになります。）

第５問は，「数Ⅲ・微分法・積分法」からの出題です。

数専ゼミの通常授業で使っている教材（数Ⅲ「導関数の応用」№１０（３／４））と比較してみて下さい。酷似していることに気づくことと思います。

数専ゼミの高校数学教材は，山形大学医学部の入試問題にフォーカスをあてて作成してあります。だから，この教材を学び切ることで，医学部の入試問題を解く力が自然に身につきます。

ためしに，「数専ゼミの入試対策基礎教材」（数Ⅲ「導関数の応用」№１０（３／４））を学習してから，入試問題（第５問(1)）を解いてみてください。すらすらと解けることにびっくりします。

［答　　案］

(1) 関数 $f(\chi)$ の極値とそのときの χ の値を求めよ。　◀極値を求めるには「増減表」を作成する。

1 （定義域を調べる）

定義域は実数全体であり，定義域全体で微分可能である。

2 （導関数を求める）

$$
\begin{aligned}
y' &= \{(\chi^2+2\chi-1)e^{-\chi}\}' \\
&= (\chi^2+2\chi-1)'e^{-\chi}+(\chi^2+2\chi-1)(e^{-\chi})' && \text{◀積の微分法} \\
&= (2\chi^2+2)e^{-\chi}+(\chi^2+2\chi-1)(-e^{-\chi}) && \text{◀合成関数の微分法} \\
&= (2\chi^2+2)e^{-\chi}-(\chi^2+2\chi-1)e^{-\chi} \\
&= (2\chi^2+2-\chi^2-2\chi+1)e^{-\chi} \\
&= (3-\chi^2)e^{-\chi} \quad \cdots ①
\end{aligned}
$$

（次のページへつづく）↗

｜メニューへ戻る｜

↗（前のページからのつづき）

3　（増減表を作る）

・①で $e^{-x}>0$ であるから，$y'=0$ となる x の値は，

$(3-x^2)=0$ より，$x=\pm\sqrt{3}$　…②

・よって，増減表は，定義と②より，

x		$-\sqrt{3}$		$\sqrt{3}$	
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	↘		↗		↘
		↑ 極小値		↑ 極大値	

4　（極値を調べる）

・極値を調べると，増減表より，

$x=-\sqrt{3}$ で，y は極小値をとり，

$$y=\{(-\sqrt{3})^2+2\cdot(-\sqrt{3})-1\}e^{-(-\sqrt{3})}$$
$$=(3-2\sqrt{3}-1)e^{\sqrt{3}}$$
$$=(2-2\sqrt{3})e^{\sqrt{3}}$$

$x=\sqrt{3}$ で，y は極大値をとり，

$$y=\{(\sqrt{3})^2+2\cdot(\sqrt{3})-1\}e^{-\sqrt{3}}$$
$$=(3+2\sqrt{3}-1)e^{-\sqrt{3}}$$
$$=(2+2\sqrt{3})e^{-\sqrt{3}}$$

よって，

$x=-\sqrt{3}$ で，y は極小値 $(2-2\sqrt{3})e^{\sqrt{3}}$

$x=\sqrt{3}$ で，y は極大値 $(2+2\sqrt{3})e^{-\sqrt{3}}$

をとる。