

四角形の性質 / 体系的知識の威力

2024. 2. 27 (火)

四角形が平行四辺形になる条件(その1)

「四角形が平行四辺形になる条件」を言葉で説明すると、次のようになります。

四角形は、次のいずれかの性質をもつと平行四辺形になる。

- ①性質(定義) : 2組の対辺がそれぞれ平行なとき
- ②性質 : 2組の対辺がそれぞれ等しいとき
- ③性質 : 2組の対角がそれぞれ等しいとき
- ④性質(対角線) : 対角線がそれぞれ中点で交わる時
- ⑤性質 : 1組の対辺が平行で、その長さが等しいとき

参考書では、図はそえてあるものの、これらの性質をばらばらに列挙してあるだけで、これらの性質の構造的、発生的な関係については何も述べられていません。

だから、言葉をばらばらに暗記するしか”手”はありません。

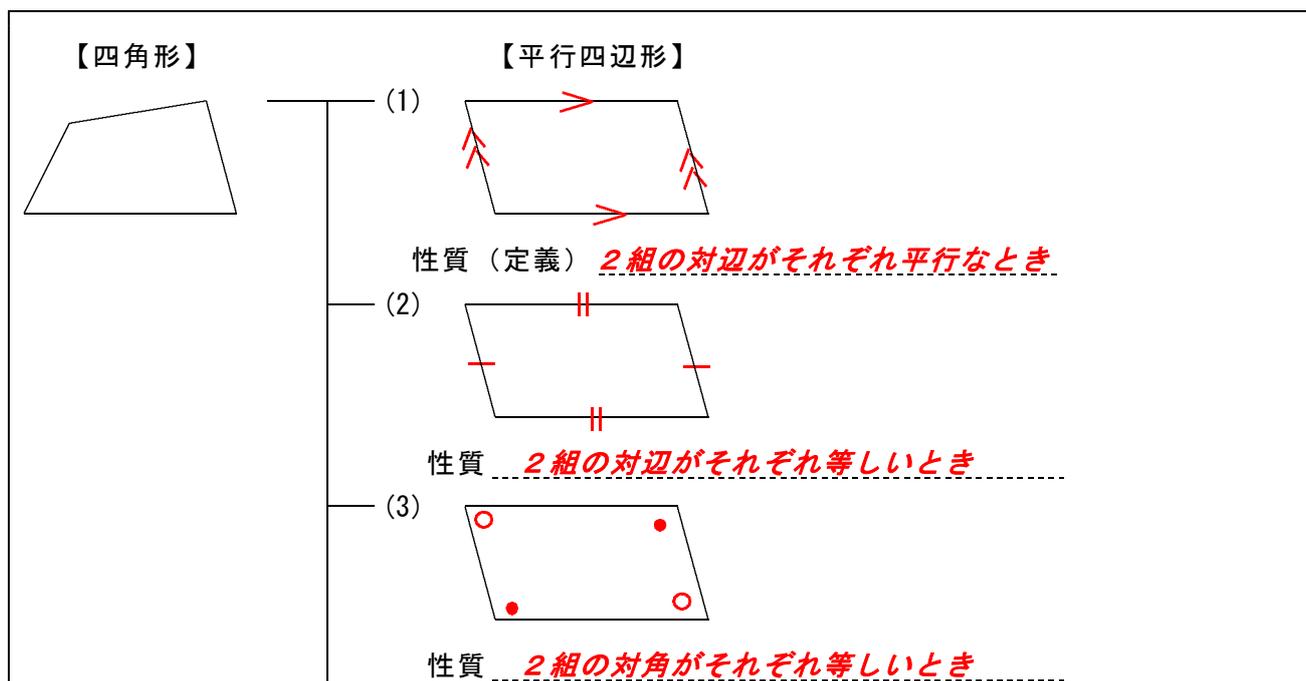
これだけなら、なんとか覚えることは可能ですが、前回に紹介したように、様々な性質を覚えなければならないので混乱してきます。

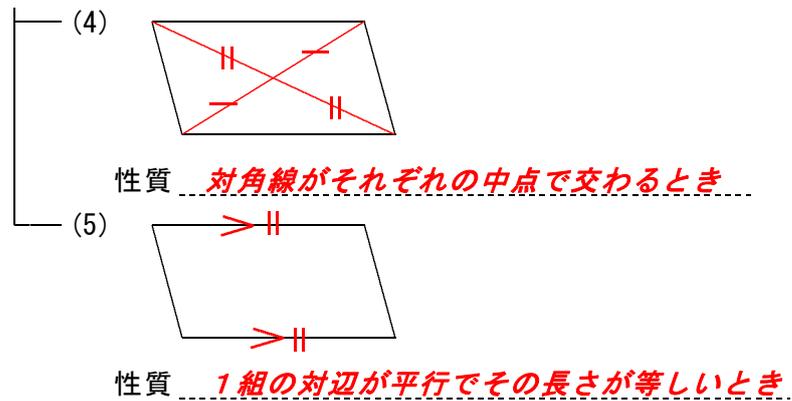
だから、結局は忘れます。

四角形が平行四辺形になる条件(その2)

「四角形が平行四辺形になる条件」を発生的、構造的、すなわち体系的に説明します。

最初にあるのは、言葉ではなく、図です。





① 「定義」は無条件に平行四辺形を表します。

だから、四角形が平行四辺形になる最初の条件は「定義」をいいます。

(定義) 2組の対辺がそれぞれ平行なとき

② 2組の対辺がそれぞれ平行になる(定義)から、

2本の平行線はそれらと交わる2本の平行線で切り取られると長さが等しくなります。

すなわち、2組の対辺がそれぞれ等しいとき

③ 2組の対辺がそれぞれ平行になる(定義)から、

右の図で、 $a + b = 180^\circ$ より、 $b = 180^\circ - a$

$$a + d = 180^\circ \quad d = 180^\circ - a$$

よって、 $b = d$

同様に、 $a = c$

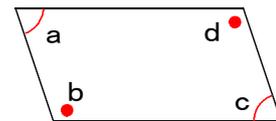
すなわち、2組の対角がそれぞれ等しいとき

④ 平行四辺形に固有な対角線の性質より、

すなわち、対角線がそれぞれの中点で交わる時

⑤ 平行四辺形は台形の特別な形で、平行な2辺の長さが等しくなった形であるから、

すなわち、1組の対辺が平行でその長さが等しいとき



四角形、台形、平行四辺形のいろいろな性質がすべて、四角形から発生的に生まれてきているのがわかります。はじめから、ぼんと、できあいの形で性質があるのではなく、その図形の前の形がもっている性質から必然的に生まれてくるのです。

だから、この図形の性質の発生的なプロセスを追っていけば、言葉などで覚えなくても、平行四辺形になる5つの条件はいつでも言うことができるようになるのです。

エピローグ

さて、今回は、「平行四辺形が長方形になる条件」と「平行四辺形がひし形になる条件」について、その発生的なプロセスを紹介しましょう。

「質の高い」数学的能力を育てる
 数専ゼミ・山形東原教室