

四角形の「対角線の性質」／体系的知識の威力

2024. 2. 26 (月)

フローグ

6種類の四角形の「定義」は、四角形からの発生過程を図的に理解すること(=体系的知識)で、言葉で丸暗記しなくとも、いつでも必要なときに定義を言葉で言うことができるようになる、ということを前回で証明しました。

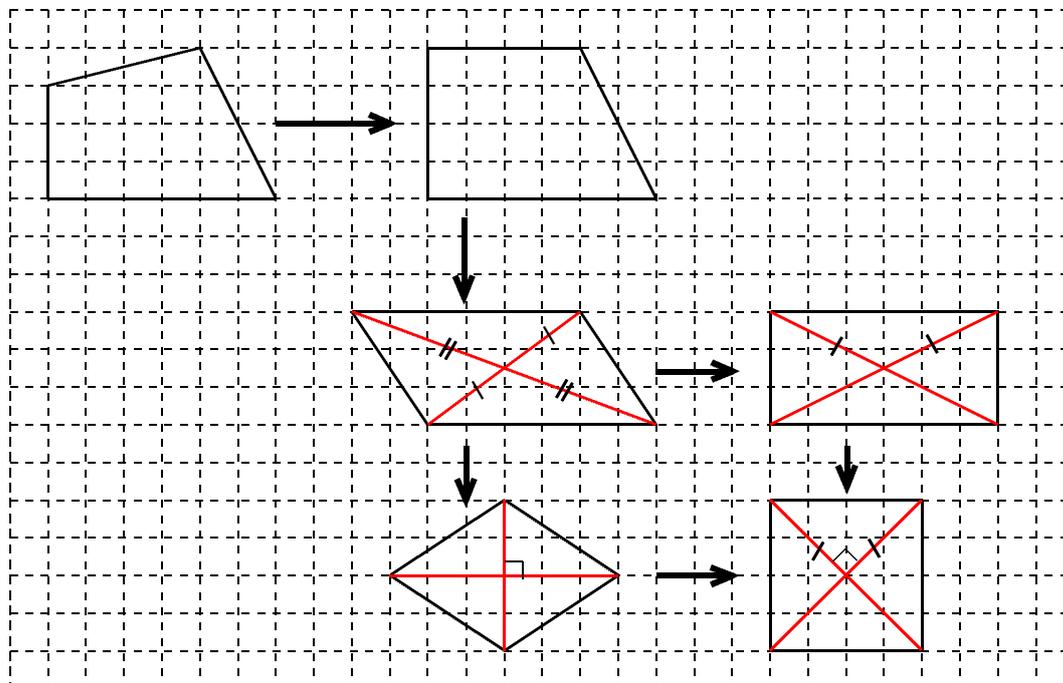
「定義」を、図で発生的プロセスとして理解すると、言葉として覚えなくてもいつでも6種類の四角形の「定義」が言えることは当然として、6種類の四角形が持っているいろいろな性質を”言葉で”覚えなくても言えるようになります。

今回は、「四角形の発生プロセス」の上に重ねる形で、対角線の性質を導いてみます。

四角形の「対角線」の発生プロセス

(数専ゼミ, 中2数学「図形の性質」No.16 (1/2)の教材より)

◇四角形の対角線の相互関係図



上の図は、四角形の対角線に関して、次々と新しい特徴を得ることによって、対角線の新しい性質が生まれてくる様子を表しています。これを「対角線」の発生過程あるいは発生プロセスといいます。

対角線の発生過程を説明します。

個々の四角形の対角線の性質は、四角形の「定義」の発生過程から必然的に生まれてきます。対角線が固有の性質をもつのは、平行四辺形からです。

- ・ **平行四辺形**の対角線は「それぞれの中点で交わっています。」
- ・ **長方形**は平行四辺形ですから、平行四辺形の対角線の性質をすべてもっているから、「それぞれの中点で交わっています。」
しかし、長方形は平行四辺形から発生した特殊な形ですので、対角線も特殊化し、「**対角線の長さは等しくなります。**」
これは、平行四辺形にはない新しい特徴です。
- ・ **ひし形**は平行四辺形ですから、平行四辺形の対角線の性質をすべてもっているから、「それぞれの中点で交わっています。」
しかし、ひし形は平行四辺形から発生した特殊な形ですので、対角線も特殊化し、「**対角線は垂直に交わります。**」
これは、平行四辺形にはない新しい特徴です。
もちろん、長方形ももっていないひし形独自の性質です。
- ・ **正方形**は、平行四辺形であり、長方形であり、ひし形ですから、これら3つの四角形の対角線の性質をすべてもっています。すなわち、
平行四辺形だから、「対角線はそれぞれの中点で交わっています。」
長方形だから、「対角線の長さは等しくなります。」
ひし形だから、「対角線は垂直に交わります。」
しかし、正方形は、平行四辺形や長方形やひし形から発生した特殊な形ですので、対角線も特殊化し、「**対角線は長さが等しくかつ垂直に交わります。**」
これは、平行四辺形にも、長方形にも、ひし形にもない正方形独自の性質です。

四角形の対角線の性質

このように、四角形の対角線は、「定義」の発生メカニズムにそって必然的に発生してきます。だから、図を見て、その発生過程を確認するだけで、言葉で覚える必要はありません。そうすれば、四角形のそれぞれの対角線の性質など、必要なときにいつでも言葉で表現することができます。次のように…

- ・ 平行四辺形の対角線はそれぞれの中点で交わる。
- ・ 長方形の対角線は長さが等しい。
- ・ ひし形の対角線は垂直に交わる。
- ・ 正方形の対角線は長さが等しく、垂直に交わる。

四角形の対角線の性質(固定的知識)

市販参考書には、この対角線の性質がばらばらに並べて書いてあるだけで、それらの対角線の関係など一行も書いてありません。だから、それらの知識を言葉で丸暗記しなければなりません。「定義」を言葉で覚え、「対角線の性質」を言葉で覚え、それから、それぞれの「四角形がもつ他のいろいろな性質」も言葉で覚え…

いつのまにか、ごっちゃになって、忘れます。

とりわけ、「四角形の判別問題」では、どの知識をどのように使うと、四角形を判別できるのかわかりません。ばらばらな知識を寄せ集めても、問題を解くときには使えないものです。だから、この種の問題の正答率は極端に低くなります。

その原因は、言葉でいろいろなことをばらばらに丸暗記しているからです。

四角形の対角線の性質(体系的知識)

そうではなく…

このように、個々の四角形の対角線の特徴を、四角形の「定義」の発生の流れにそって、発生的に理解することです。

こうすると、これらは「体系的知識」として頭の中へ入ります。

「体系的知識」は、構造的に発生してくる内的な関連に関する知識であり、言葉ではないので忘れません。

また、必要に応じて自分流に知識を加工できるので、どのようにも応用がききます。

エピローグ

”高いレベルの数学”が求められる高校や大学進学をめざしている中学生のみなさんは、ぜひ、いまのうちから上で紹介したような”質の高い数学”を学んでほしいと思います。

数専ゼミでは、数学専門指導塾として、すべての単元で”質の高い数学”を教えております。

ここで、巷間伝えられているまちがった”通説”について、大切なことを述べます。

【注意】「質の高い数学」というのは、特殊な裏技的な技法を用いなければ解けないような難問奇問(鶴亀算やニュートン算など)のことではありません。

あるいは、首都圏の国立や名門私立の入試問題のような難問でもありません。

そんな問題は、山形県の高校入試や大学の入試には出題されません。

というよりも、それらは特殊な領域にしか使えない応用範囲の狭い解法で解きます。

「質の高い数学」というのは、体系的で、応用範囲の広い知識のことです。

「質の高い」数学を学ぶことができる

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp