

四角形の「定義」／体系的知識の威力

2024. 2. 25 (日)

「体系的知識」の威力の実例

「体系化された知識」を学びとると、応用力のあるしっかりとした学力となります。その威力について、これまで、次の5つの分野について具体例を説明しました。

- ・ 中学数学の「1次関数」
- ・ 小学算数の「割合：もとにする量」
- ・ 中2「連立方程式」の応用問題で、「食塩水の問題」
- ・ 中3「因数分解」の問題
- ・ 中2「等式変形」の問題

今回は、6種類の四角形の「定義」を覚えるときの「体系的知識」の威力についてのお話をしましょう。（中2「図形の性質」の中の学習です。）

「定義」の位置づけ

四角形の「定義」は、「体系化」して理解すると、図形の証明問題を解いたり、四角形の判別問題を解くときに簡単に使えますが、それ以前の問題として、個々の四角形の対角線の特徴や四角形のいろいろな性質を、言葉として暗記する必要なく、図的關係として”可視的”に”覚える”のに役に立ちます。具体例は、後で説明します。

「定義」の覚え方

さっそく、四角形の「定義」の体系的な理解のしかたを紹介しましょう。

ところで、

四角形は6種類あります。

四角形、台形、平行四辺形、長方形、ひし形、正方形の6種類です。

この6種類のそれぞれの四角形の「定義」を言うことができますか。

言えなくてもかまいません。

いや、今は、言えない方がいいかもしれません。

真っ白な状態で、四角形の「定義」を、図的關係として体系的＝生成的に覚えることができるようになるからです。

市販参考書の四角形の「定義」の扱い

四角形の「定義」は、市販参考書はどのように扱っているかを調べてみました。

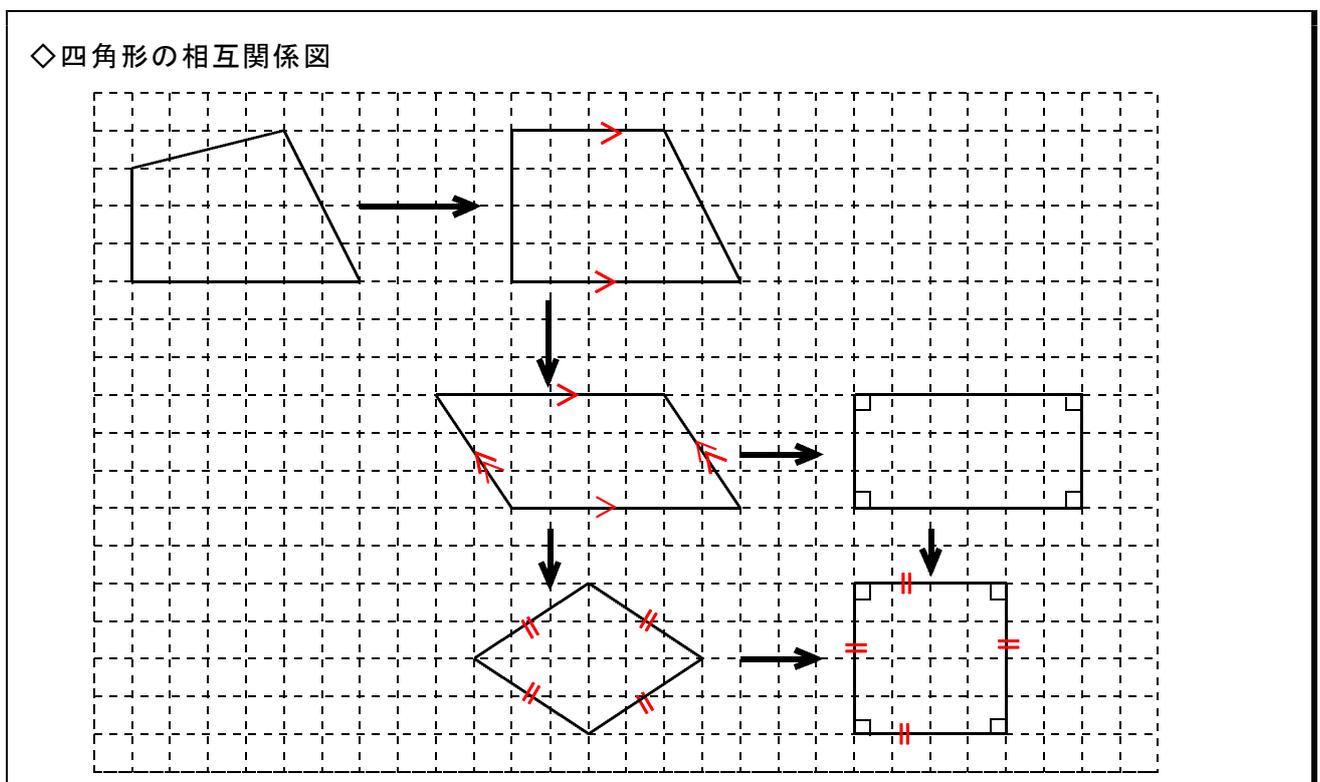
最もよくできた参考書と巷間評価されている「チャート式中学数学2年」（2021年版）では6種類の四角形のそれぞれの「定義」については、
 並べて書いあるだけで、それらの内的な関連(生成的な関係)についての記述はありません。
 関係図はかいてあるのですが、それは生成関係の説明がないので、知識の丸暗記になります。
 関係図がある分、逆に混乱します。覚えにくいということです。

「定義」の生成関係の説明がないので、「定義」を言葉で覚えるだけになり、「定義」を個々の四角形の性質を導くことにも、判別問題を解くときにも使うことができません。

「定義」の生成関係とは、どういうことか、次の図を使って説明しましょう。

四角形の「定義」の生成

(数専ゼミ, 中2数学「図形の性質」No.15(1/2)の教材より)



上の図は、四角形が辺と角に関して、次々と新しい特徴を得ることによって、新しい四角形が生まれてくる様子を表しています。これを「定義」の生成関係あるいは生成プロセスといいます。この生成プロセスを言葉で説明すると、次のようになります。

- ・ 四角形の1組の対辺が平行になると「台形」になります。
- ・ 台形のもう1組の対辺も平行になると「平行四辺形」になります。
- ・ 平行四辺形の4つの角が等しくなると「長方形」になります。
- ・ 平行四辺形の4つの辺が等しくなると「ひし形」になります。
- ・ 長方形の4つの辺の長さが等しくなると「正方形」になります。
- ・ また、ひし形の4つの角の大きさが等しくなると「正方形」になります。

個々の四角形の「定義」は、言葉で覚える必要はありません。

上の図を使って、辺と角の変化の様子を理解しているだけで、いつでも言葉を使って定義することができます。次のように…

- ① 四角形とは 4本の直線で囲まれた図形
- ② 台形とは [1組の対辺が平行な] 四角形
- ③ 平行四辺形とは [2組の対辺がそれぞれ平行な] 四角形
- ④ ひし形とは [4つの辺の長さが等しい] 四角形
- ⑤ 長方形とは [4つの角の大きさが等しい] 四角形
- ⑥ 正方形とは [4つの辺の長さと4つの角の大きさが等しい] 四角形

これによって、6種類の四角形の「定義」が「体系化」されました。

個々の四角形の性質も「定義」の生成から理解できる

このように四角形の「定義」を、その生成関係の発展(多様化)の中で見ることによって、単に、「定義」がいつでも言えるようになるだけではなく、個々の四角形の対角線の特徴や四角形の性質を、この「定義」の多様化する流れのなかで理解することができるようになります。

もちろん、言葉で覚えるのではなく、図(辺や角)的關係の多様化として理解できるようになります。

これらについては、後で具体的に説明します。

エピローグ

”高いレベルの数学”が求められる高校や大学進学をめざしている中学生のみなさんは、ぜひ、いまのうちから上で紹介したような”質の高い数学”を学んでほしいと思います。数専ゼミでは、数学専門指導塾として、すべての単元で”質の高い数学”を教えております。

ここで、巷間伝えられているまちがった”通説”について、大切なことを述べます。

【注意】「質の高い数学」というのは、特殊な裏技的な技法を用いなければ解けないような難問奇問(鶴亀算やニュートン算など)のことではありません。

あるいは、首都圏の国立や名門私立の入試問題のような難問でもありません。

そんな問題は、山形県の高校入試や大学の入試には出題されません。

というよりも、それらは特殊な領域にしか使えない応用範囲の狭い解法で解きます。

「質の高い数学」というのは、体系的で、応用範囲の広い知識のことです。

そして、ここでは、詳しく触れませんでした、

覚えるべき個々の「解法」が、

より簡潔で、より速く、より広い範囲の問題を解くことができる、

という質をもっていることも大切な条件となります。

「質の高い」数学を学ぶことができる
数専ゼミ・山形東原教室