

等式変形の問題／体系的知識の威力

2024. 2. 23 (金)

フロローグ

「体系化された知識」を学びとると、応用力のあるしっかりとした学力となります。その威力について、これまで、次の4つの分野について具体例を説明しました。

- ・ 中学数学の「1次関数」
- ・ 小学算数の「割合：もとにする量」
- ・ 中2「連立方程式」の応用問題で、「食塩水の問題」
- ・ 中3「因数分解」の問題

今回は、中2「等式変形」の問題を解くときの「体系的知識」の威力についてのお話をしましょう。

等式変形の位置づけ

等式変形の”細胞形”は、 $a x = b$ より $x = \frac{b}{a}$ と $a + x = b$ より $x = b - a$ ですが、

与式を変形して、ある文字について解くことです。

等式変形は、方程式、不等式、関数、図形の計量問題、確率…およそ数学のあらゆる分野で使われる最も基礎的な計算技術のひとつです。

だから、この計算技術が不安定であると、その上に立てられる数学的能力は非常に不安定なものになります。

よく“計算”ミスといわれますが、実は、その本質は”ミス”ではなく、等式変形の規則がよく理解できていないことが原因となっています。

そして、等式変形がうまくできない人はかなりおり、

数学ができないという人の100%が等式変形がうまくできない

といっても過言ではありません。

逆に、等式変形がきちんとできる人は、もれなく将来数学の学力は伸びていきます。

だから、等式変形というのは、数学的能力の根底にある超1級に重要な能力といえます。

市販参考書の等式変形の扱い

数学的能力を左右するほど重要な「等式変形」を、市販参考書はどのように扱っているかを調べてみました。

最もよくできた参考書と巷間評価されている「チャート式中学数学2年」（2021年版）では「等式変形の問題」は、例題1題、類題1題、EXERCISES 1題、定期試験対策問題1題の大問計4題で、小問は各大問3題ずつの合計**12**題です。

しかも、これらの問題は、タイプ別に分類されているわけではなく、ばらばらな問題が載っているだけです。だから、これらの問題がすべて完全に解けたとしても、絶対に等式変形の力はつきません。

ちなみに、数専ゼミの等式変形の教材は（後で詳しく紹介しますが）、小問84題です。

「等式変形」の2つの解き方

「等式変形」には、次の2つの基本形しかありません。

「等式変形」は、解く文字を左辺に置いたとき、左辺の形に応じて、次の2つの基本形に分けられます。

①型 「積の形」の等積変形

②型 「和の形」の等積変形

左辺が積を項として含む多項式の場合は、「和の形」です。

+ α 型 かっこを含む式の等式変形…①と②の融合型です。

ほとんどの問題では、かっこの中に解く文字を含みます。

その意味で、左辺が全体として「積の形」です。

かっこ全体について解くと、左辺が「和の形」になります。

解く文字以外の項を右辺へ移項すると、左辺が「積の形」になります。

この公式を1つずつ学習しているときには、その公式はきちんと使えるのに、問題を混ぜて解かせると、どの公式をどのように適用して指定された文字について解けばいいのかかわらなくなる生徒が出ます。その結果、勝手な”公式”を作り上げ、答案をでっち上げます。これは、「等式変形」の公式が体系化されていないことが原因です。だから、逆に、「等式変形」の公式を体系化して覚えると、どんな問題でも”簡単に、正確に、素速く”等式変形することができるようになります。

さっそく、「等式変形」の公式を体系化してみましょう。

「等式変形」のヒューリスティックスを紹介します。

* 「ヒューリスティックス」というのは、

その指示された手順で問題を解いていくと、ほぼ答えが出せる思考プロセスのことです。

（数専ゼミ，中2数学「式の計算」No.3 2（1／3）の教材より）

等式の変形のしかた（まとめ）

★ある文字について解く（等式変形）には、次の手順で考えます。

2つの前処理 ㊶ 解く文字を含む式が左辺になるように両辺を入れかえる

㊷ 分母を払う（両辺に、分母の最小公倍数をかける）



左辺を見ます

①左辺が「積」の形するとき

わり算

両辺を左辺に不要な文字でわります

(例) $a x = b$
 $x = \frac{b}{a}$

②左辺が「和(差)」の形するとき

移項

左辺の不要な項を右辺へ移項します

(例) $a + x = b$
 $x = b - a$

【分母の払い方】

$$3x - \frac{1}{4} = \frac{x+5}{6}$$

両辺全体に12をかける $12 \times (3x - \frac{1}{4}) = 12 \times (\frac{x+5}{6})$

分配法則で()をはずす① $36x - 3 = 2(x+5)$

分配法則で()をはずす② $36x - 3 = 2x + 10$

「知識」は練習しなければ使えない

スポーツを例にとるとよくわかりますが、たとえば、速く泳ぐ泳法を教わっただけでは速く泳ぐことはできません。その泳法を何回も何回も練習して初めて速く泳ぐことができるようになります。

勉強とて、まったく同じです。

「なるほど」と理解しただけでは、その知識は使えるようにはなりません。

だから、このヒューリスティックスを覚えて、いきなり等式変形の問題を解こうとしてもこの「体系化された知識」を使うことはできません。

最初に、上の①～②の型+α型の順に練習し、その後で”型のわからない問題”を混ぜて解く練習を積むことで初めて「体系化された知識」を使っているいろいろな等式変形の問題を、簡単に、正確に、素速く解くことができるようになります。

数専ゼミの学習プログラムと教材

では、具体的にはどのように学習を進めたらいいのか。

数専ゼミの「体系化知識」をえるようにする学習プログラムと教材の一部を紹介しましょう。

2 等式の変形**《基本公式の学習》**

No. 28	等式の変形 (基本) ①	「bについて解く」ことの意味	12題
No. 29	等式の変形 (基本) ②	「積の形」の等式変形	6題
No. 30	等式の変形 (基本) ③	「和の形」の等式変形	8題

《基本公式の応用》

No. 3 1 等式の変形（基本）④ かっこを含む式の等式変形 6 題

《ヒューリスティックスの学習》

No. 3 2 等式の変形（まとめ） 8 題

No. 3 3 等式の変形（練習）「等式変形」のヒューリスティックスの練習） 1 6 題

No. 3 3 h 等式の変形（「等式変形」のヒューリスティックスの練習） 2 8 題

★

式の計算「学習計画書」→ Link : | suusenn.com | 中学数学・学習MENU
 中学2年・式の計算 [記録]

教材 → 「式の計算」No. 2 8 ~ No. 3 3 h

→ Link : [Essay_652](#)

この学習プログラムを学習することで、ただ、問題集の等式変形の部分の問題を解いているのとは違った”質の高い学力”を習得できることがわかりいただけるでしょう。

解けるようにはならない勉強方法

ただ、参考書や問題集の「等式変形」というタイトルのついている問題を前から順に解いただけでは、「等式変形の問題」が解けるようにはなりません。

学習の目的をはっきりとつかむことができず、解法を”ばらばらに”，しかも不完全にしか学習できないからです。

お持ちの参考書と数専ゼミの「学習計画書」（No. 2 8 ~ No. 3 3 h）の学習プログラムを比較してみてください。問題集を学習してもあまり力はつかないということがよくわかると思います。

エピローグ

”高いレベルの数学”が求められる高校や大学進学をめざしている中学生のみなさんは、ぜひ、いまのうちから上で紹介したような”質の高い数学”を学んでほしいと思います。数専ゼミでは、数学専門指導塾として、すべての単元で”質の高い数学”を教えております。

ここで、巷間伝えられているまちがった”通説”について、大切なことを述べます。

【注意】「質の高い数学」というのは、特殊な裏技的な技法を用いなければ解けないような難問奇問(鶴亀算やニュートン算など)のことではありません。

あるいは、首都圏の国立や名門私立の入試問題のような難問でもありません。

そんな問題は、山形県の高校入試や大学の入試には出題されません。

というよりも、それらは特殊な領域にしか使えない応用範囲の狭い解法で解きます。

「質の高い数学」というのは、**体系的で、応用範囲の広い知識**のことです。

そして、ここでは、詳しく触れませんでした、

覚えるべき個々の「解法」が、

より簡潔で、より速く、より広い範囲の問題を解くことができる、

という質をもっていることも大切な条件となります。