

割合：「質の高い知識」とは？

2024. 2. 21 (水)

フロローグ

前回では、難問を解くツールとしての「体系的知識」の威力について、中学数学の「1次関数」の場合について説明しました。

では、小学算数の場合でも、「体系的知識」というのはあるのでしょうか。
あるどころのさわぎではありません。

小学算数においてこそ、「体系的な知識」をもっている生徒と、ばらばらな知識しかもっていない生徒の数学的能力の差は歴然としており、それがそのまま中学数学へと引き継がれていくのです。

中学へいって数学が伸びる生徒と伸びない生徒がありますが、その原因は、小学算数で知識を体系的に習得したかどうかによります。

そこで、今回は、小5「割合」の問題のうち、「もとにする量」を求める問題を例として、「体系的知識」とはどのようなもので、それが応用問題を解くのに、どのように威力を発揮するのかについて、具体的な教材を使って説明しましょう。

最初は、「もとにする量」についての体系的知識をもっていないと、どのような事態が生じるかという”事例”の紹介です。

割合の文章題です。

AとBの2つの商品があります。
Aの重さは42gで、Bの重さは7gです。
Aに対するBの割合を求めなさい。

太郎君の答案： $42 \div 7 = 6$ 答え 6

花子さんの答案： $7 \div 42 = \frac{1}{6}$ 答え $\frac{1}{6}$

小学5年生に解かせると、8割ほどが太郎君と同じ答案を作ります。

中学生でも、数学を得意としていない生徒のほとんどは、太郎君と同じ答案を作ります。

花子さんと同じ答案を書いた生徒でも、「なぜそのような式になるのか」と聞いても、だれも答えられません。

大人でも、数学を専門にしていない人は、立式はできても、その理由は答えられません。

いずれにしても、「もとにする量」の体系的な知識をもっていないからです。

割合における「もとにする量」とは何か

「割合の問題」を解くときの「もとにする量」の位置づけについて紹介しておきます。

「割合の問題」では、問題文を読み、「比べられる量」と「もとにする量」と「割合」のうち、どれを求める問題かを調べます。求めるものに応じて、次の3つの公式のどれかを用いて式を立てます。それを計算して、答えを求めます。

第1用法：割合を求める	$\text{比べられる量} \div \text{もとにする量} = \text{割合}$
第2用法：比べられる量を求める	$\text{もとにする量} \times \text{割合} = \text{比べられる量}$
第3用法：もとにする量を求める	$\text{比べられる量} \div \text{割合} = \text{もとにする量}$

この3つの公式は覚えることができますか。

5年生くらいですと、覚えることすらできない生徒がおります。

それぞれの言葉の意味が理解できないので、丸暗記せざるとえないからです。

でも、一応、覚えてとしましょう。

では、それぞれの公式は、どのようにして使うのかは、わかりますか。

問題文を読んで、その問題はどの用法の式を使って解いたらいいのかの判別はできますか。

「あれか、これか」で求めるものではありません。

割合の文章題で最初にやることは、「もとにする量」をさがすことです。それ以外の量が「比べられる量」になります。割合は、小数、分数、百分率、歩合などで表現されるのですぐに分かります。

このとき、「もとにする量」を取り違えると、立式がまちがうので、その後の計算が正しくとも、割合の問題としては0点です。

ただし「もとにする量」を確定した後で、

求めるものに応じて3つの用法を使い分けて立式します。

だから、割合の問題が解けるかどうかは、「もとにする量」をさがすことができるかどうかにかかっていることがわかりいただけだと思います。

「もとにする量」の見つけ方には3つある

さて、ここから、割合の問題が解けるかどうかを決める「もとにする量」の見つけ方の説明に入ります。

「もとにする量」の定義です。（数専ゼミ、小5算数「割合」No.5（1/3）の教材より）

◀●■ 《もとにする量》の見つけ方 ■●▶

割合の文章題の文中に、次の(1)～(3)の~~~~線のいずれかの言葉があると、その直前の□の部分「もとにする量」になります。

- (1) □ をもとにすると（を1と見ると）～
- (2) □ に対する～
- (3) □ の割合（小数、百分率など…）

★

だから、割合の文章題を読みながら、~~~~線の言葉をさがします。
さがし方 (1)から順にさがします。(3)からさがすと「もとにする量」をとり
 ちがえることがあります。

「もとにする量」の3つの見つけ方には順序がある 順序を取り違えるともとにする量は見つけれない

上の枠内の知識が、「もとにする量」の見つけ方の「体系的知識」です。
 個々の見つけ方ではなく、この3つの見つけ方とその関係で”1つの体系”をなす知識です。
 3つのそれぞれをばらばらに覚えても、割合の問題を解くときには使えません。
 たとえば、次のような問題で、

先生の身長は170cm、ひろし君の身長は136cmです。先生の身長に対する
ひろし君の身長の割合を求めなさい。

のように考え、ひろし君の身長を「もとにする量」とすると、

$$170 \div 136 = 1.25$$

となります。

これは、「もとにする量」を求める手順をまちがったために、立式がまちがったものです。

(2) □に対する～

(3) □の割合

で、□に対する～を「もとにする量」の最初の候補にしなければならないので、「もとにする量」は、先生の身長に対する、と考えて、

$$136 \div 170 = 0.8 \text{ となります。}$$

難問を解くときの「体系的知識」の威力

「もとにする量」のメルクマールの3つの知識を知っているだけでは、応用問題で威力を発揮する「体系的な知識」とはいえないことがわかりただけだと思います。

その3つのメルクマールの使い方を含めて「体系的な知識」というのです。

だから、これらの知識を覚えただけでは、実際の問題を解く時には使えません。それなりの「体系的な知識」を使う練習をしなければなりません。

もちろん、そんな練習用問題集は市販されていません。しかし、割合の本物の学力を生徒に習得させるためには、十分な練習問題をさせなければなりません。

そこで、数専ゼミでは、自分のところで作りました。

→学習教材のサンプルの一部を紹介しましょう。(Essay_649)

最初は、(1) □をもとにすると(を1と見ると)～

(2) □に対する～

(3) □の割合(小数、百分率など…)

の順にしていねいに練習を積みみます。

その後で、これらを混合して、”使い分ける”練習をいっぱいします。

けっこう時間がかかりますが、こうした練習の結果、割合に関する強力な「体系的知識」を習得することができるようになります。

「もとにする量」に関する「体系的知識」を習得した後の「割合」の学習計画は、次のようになっています。

学習プログラム（「割合」の「学習計画書」）をご覧ください。

→ Link | suusenn.com | ★小学算数・学習MENU / 小学5年【E】割合

割合が確実に”わかるようにはならない”勉強方法

中学数学の1次関数のところでも説明しましたように、小学算数の割合の学習においても、絶対に「[割合の問題](#)」が解けるようにならない学習法というのがあります。

- ・問題集のタイトルが「割合」と書いてある問題を前から解いていく勉強方法。
- ・タイトルが「割合」と書いてあるだけのプリントの問題を前から解いていく勉強方法。

問題など解いて何を学びとるのでしょうか。

これは、持っている知識をはきだすだけの”作業”です。だから、この”さぎょう”から得られることは、「この問題集の問題が解いた」という事実だけです。

では、どんな知識があることが確認できたのでしょうか。

解けなかったときは、どんな知識が欠けていたと判断できるのでしょうか。その結果、どんな復習をすればいいと判断できるのでしょうか。

こういう”学力を高めるための学習方針”を、これらの学習からなんら手に入れることができません。結局は、割合については、いままで通り、解ける問題は解ける、解けないは解けないままになっています。

エピローグ

”高いレベルの数学”が求められる高校や大学進学をめざしている小学生のみなさんは、ぜひ、いまのうちから上で紹介したような”質の高い数学”を学んでほしいとおもいます。

数専ゼミでは、数学専門指導塾として、すべての単元で”質の高い数学”を教えております。

ここで、巷間伝えられているまちがった”通説”について、大切なことを述べます。

【注意】「質の高い数学」というのは、特殊な裏技的な技法を用いなければ解けないような難問奇問(鶴亀算やニュートン算など)のことではありません。

そんな問題は、山形県の高校入試や大学の入試には出題されません。

というよりも、それらの特殊な問題は、中学校では”忘れてください”と言われるます。

なぜならば、すべて”方程式”で解くからです。

「質の高い数学」というのは、体系的で、応用範囲の広い知識のことです。

そして、ここでは、詳しく触れませんでした、

覚えるべき個々の「解法」が、

より簡潔で、より速く、より広い範囲の問題を解くことができる、

という質をもっていることも大切な条件となります。