

数学の教え方 047

▶ 2023. 11. 23 (木)

【中学2年数学】

図形の性質

「二等辺三角形の定義と性質」の指導(1)

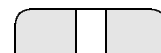
イントロ

「二等辺三角形ABCにおいて…」という証明問題で、
 仮定として $AB = AC$ を直ちに書ける生徒は少数派です。
 たいがいの生徒は「無視」して、証明でうろうろしています。
 図形の定義についてはほとんどの生徒は「ファジー」で、
 これが証明力を阻害しているような気がします。
 図形の定義と性質は「創造性」などと称して生徒に「発見」させてはいけません。
 あたまから「暗記」させなければなりません。
 証明の「ツール」として暗記させるのですよ。
 そんな能力を育てるプログラムの紹介です。



先生：「さて、
 きょうの問題です。」

「二等辺三角形の底角は等しい。」ことを証明しなさい。



生徒A：「ん？
 これしかないの？」

先生：「そう、
 これが問題。」

生徒A：「不親切な問題ですね。
 図もなんもないの？」

先生：「そう、
 図もなければ、すもない！」

生徒A：「すもないの？」

先生：「すもないから、すまない！
 じゃんじゃん！
 てなわけですて…」

遊んでんと、先へ行け！

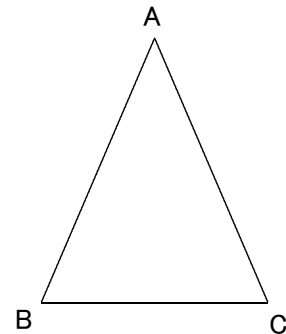
証明(その1)

先生：「はい！
だからして、
合同条件が使えるように作図して、
そいで、証明せんといかん！」

生徒A：「ほへ、
なんか、ファジーな問題ですね。」

先生：「ファジーもファジー、
創造性が問われる問題だぞ！
どうだ、創造性あるか？」

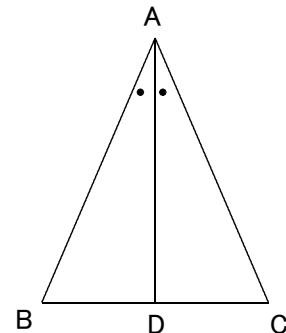
生徒A：「ある、ある、
あるからやってみるべし！
まず、図をかく。
…、…、…
ほへ、
三角形が1つしかない！」



先生：「だからさ、
証明すべき底角の $\angle B$ と $\angle C$ を
含む2つの三角形をつくるの！」

生徒A：「そっか、
じゃあ、 $\angle A$ の垂直二等分線をかく。」

先生：「そうだ、
うん、うん、賢い！」



生徒A：「さて、
合同の証明へ行きます。
 $\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ で
 $AB = AC$ (仮定)
 $AD = AD$ (共通)
 $\angle BAD = \angle CAD$ (仮定)
 $\angle ADB = \angle ADC$ (仮定)
…?
合同条件が4つもあるねえ！
さて、どれを使おうか…？」

先生：「 $\angle BAD = \angle CAD$ (仮定) というのは変でしょ？」

生徒A：「どして変なの？」

先生：「あなたが勝手にかいたんでしょ？
問題作成者が設定したわけではないから、
仮定ではない、

勝手に付け加えたのは作図という理由なの。」

生徒A：「ほ～っ！

そうなの？

じゃ，作図でいい，

いいけど，合同条件はどれを使ったらいいの？」

先生：「3つの合同条件のうちのどれか使えるものを選べばいい。」

生徒A：「そうだな，

では，もう一度証明します。

$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ で

$\angle BAD = \angle CAD$ (作図) …①

$\angle ADB = \angle ADC$ (作図, $= 90^\circ$) …②

$AD = AD$ (共通) …③

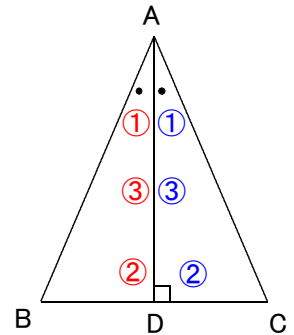
①, ②, ③から, 1辺とその両端の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$

合同な三角形では対応する角の大きさは等しいから

$\angle B = \angle C$

はい, 証明おしまい！」



生徒K：「センス！

$\angle ADB = \angle ADC$ (作図, $= 90^\circ$) …②

は, 使っていいんですか？」

生徒A：「いいですよお，

$\triangle ABC$ は二等辺三角形で，

二等辺三角形の頂角の二等分線は底辺を垂直に二等分すっから！」

先生：「それでいいんですが，

しかし…」

証明(その2)

生徒K：「ちがう証明を考えていたんですけど。

いいですか。」

先生：「いい, いい！

もっと, いいの考えて！」

生徒A：「むっ！」

生徒K：「 $\angle ADB = \angle ADC$ (作図, $= 90^\circ$) は

どうも”きなくさい”から使わないことにして…

$\triangle ABC$ と $\triangle ACD$ で

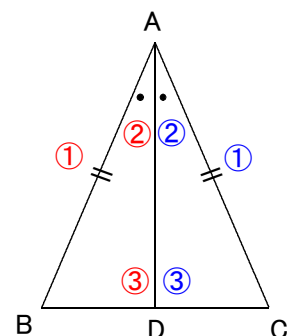
$AB = AC$ (仮定) …①

$\angle BAD = \angle CAD$ (作図) …②

$AD = AD$ (共通) …③

①, ②, ③から, 2辺とその間の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABD \equiv \triangle ACD$



合同な三角形では対応する角の大きさは等しいから
 $\angle B = \angle C$
「どうでしょ？」

先生：「う～ん！
こちらの方がオーソドックスで、
先生は、好きだなあ！
証明としての基本的な手順を踏んどる。
つまり、
二等辺三角形と書いてあるから、 $AB = AC$ を使う。
もう仮定はないから、次は作図で
 $\angle BAD = \angle CAD$ （作図）だ。
仮定→作図ときたら、次は共通。
これで合同条件がまかなえれば、後はな～んも考える必要はない。」

生徒A：「じゃあ、
ボクのまちがい？」

先生：「いや、
そういうわけではないが、
癖があって、ちと危ない。」

まちがってはいないが“危険”な証明もある

…という先生の危惧は次の問題で
絵にかいたように当たることになるのですが…
それは、この次にお楽しみということで、
生徒さんには、オーソドックスな証明を”無理矢理”覚えさせて下さいナ。
それが、生徒さん達のしあわせにつながるのですから…！

オーソドックスな証明の手順（ヒューリスティックス）は→ Link | [Essay_541](#), [コンテンツ欄](#) |
（以前にも紹介しておりますが、
生徒さんには、何回でも見せて下さい。それが生徒さん達のしあわせへの道に
つながるのですから…。）(*^_^*)!

エピローグ

というわけで、二等辺三角形をめぐる証明の諸問題は
さらに佳境へと突き進むことになります。
佳境ですよ、佳境！
家教ではありません。
落とし穴もいっぱいあります。
珍答、奇答、迷答、無答…
何だかわけのわからない答案が頻出してきます。
証明は、見ている分には、実に楽しい！

と言っておれないのが受験を控えた生徒達。
とにかく、生徒には証明には”手順”がある、ということをし
っかり教えてあげて下さい、センセ！

まちがいをさせない教材

きょうは、二等辺三角形の性質を使った証明問題の教材を紹介します。
オーソドックスな証明の手本を学ぶことができます。
生徒さんに学習させてみて下さい。
必ず受けます。



■◀●■【 まちがいをさせない教材 】■●▶

【中2数学・図形の性質】 No. 1

1 二等辺三角形の性質（その1） ■ 二等辺三角形の性質 ■

■上の教材は、「教育エッセーMENU Essay_541, コンテンツ欄」よりリンクできます。

→ Link ▶ | [教育エッセーMENU](#) |

■演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導をしております。いつからでも受講できます。

証明の問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp