

## 数学の教え方 047

▶ 2023.11.20(月)

【中学2年数学】

平行と合同	「証明の形式」の指導(5)
-------	---------------

### イントロ

生徒が、「数学の答は1つ」とは限らないことを実感するのが「証明」の問題です。

例えば、2つの合同な三角形で、対応角が等しいことを説明するのですら、

いくつかの方法があります。

単に、証明して終わり、ではなく、いくつかの方法を生徒に出させ、それが正しいのかどうかをみんなで検討してみると、授業がもりあがります。

「…え？ そんなのもうしてる…！って？

それは、失礼しました。いい先生なのですね。先生の生徒は幸せです…」

(\*^\_^\*)!



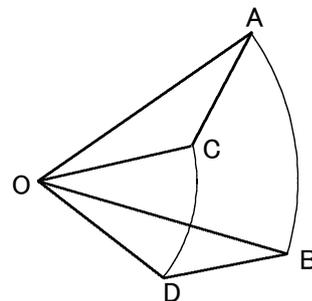
このテーマでは、第5回目の授業です。最終回になります。

さて、合同条件を辺や角を使った計算式で説明する”孫の手”…？

じゃなくて、「奥の手」の紹介です。

授業スタート！

図のように、 $O$ を中心とする2つのおうぎ形  
 $OAB$ 、 $OCD$ がある。  
 中心角 $\angle AOB$ 、 $\angle COD$ が等しいならば、  
 $AC=BD$ である。  
 これを証明しなさい。



### 証明の”全体の流れ”

今までの話をまとめます。

答えは、次の段階まで進んでおります。

$$\begin{cases} \Delta [ AOC ] \text{ と } \Delta [ BOD ] \text{ において} \\ [ AO ] = [ BO ] \quad (\text{仮定}) \text{ より} \quad \dots \textcircled{1} \\ [ CO ] = [ DO ] \quad (\text{仮定}) \text{ より} \quad \dots \textcircled{2} \\ \angle AOC = [ \angle BOD ] \quad (\text{下の理由}) \text{ より} \quad \dots \textcircled{3} \end{cases}$$

$$\left[ \begin{array}{l} \text{仮定より, } \angle AOB = \angle COD \\ \\ (*\hat{\_}\hat{*)} ! \end{array} \right.$$

①, ②, ③から, [ **2辺とその間の角** ] がそれぞれ等しいので

$$\Delta [ AOC ] \equiv \Delta [ BOD ]$$

合同な三角形では対応する辺の長さは等しいから

$$[ AC ] = [ BD ]$$

## 証明の”裏技(1)”

さて、問題は③の説明をどのように書いたらいいか、ということです。

証明の一般手順にしたがって、合同条件として使えるものを

「(1) 仮定→(2) 共通→(3) 図形の性質」の順で調べていきます。

この問題では、この(1)～(3)のいずれの場合にも、合同条件を拾うことができません。

こういう場合に、第4の手順を使うことになります。

生徒A：「要するに、

$$\angle AOC = \angle BOD$$

となるわけを説明すればいいんね。」

先生：「そうだ、

で、出発点は

- ・仮定より,  $\angle AOB = \angle COD$

だけだ。」

生徒A：「わけないよ、

「同じもの」から「等しいもの」を引けば残りは等しくなる。

- ・  $\angle AOC = \angle AOD - \angle COD$

- ・  $\angle BOD = \angle AOD - \angle AOB$

仮定より,  $\angle AOB = \angle COD$  だから、

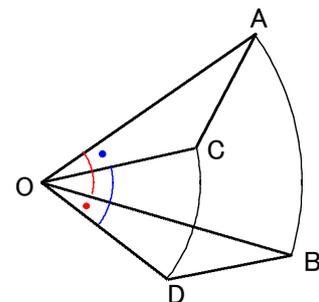
$$\angle AOC = \angle BOD$$

先生：「ほ～っ！

たいしたもんだ、

こんなの、どこで覚えてきた？」

生徒A：「覚えんでも、わかるが…！」



## 証明の”裏技(2)”

生徒K：「センス、

しゃくだから、逆を行こうよ。」

先生：「…？」

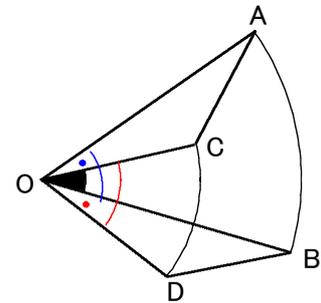
なんだ！」

生徒K：「Aは「同じもの」から「等しいもの」を引いたんなら、  
こちらは「等しいもの」から「同じもの」を引こうじゃないか！」

生徒A：「…？」

どんなこと？」

生徒K：「・  $\angle AOC = \angle AOB - \angle COB$   
・  $\angle BOD = \angle COD - \angle COB$   
仮定より、 $\angle AOB = \angle COD$ だから、  
 $\angle AOC = \angle BOD$ 」



先生：「う～ん！

なるほど、

こういう考え方もあるのか！」

## どっちも正しい！

生徒A：「センセ！

どっちが正しいの？」

先生：「どっちも正しい。」

生徒A：「え？」

だからさ、どっちが正しいの？」

先生：「だからさ、

どっちも正しいの！」

生徒A：「そんなことないでしょ。

数学って答は1つなんでしょ？

2つも答があると、うろうろするがね。」

先生：「…！」

うろうろしてろ！

次、行きます！」

生徒A：「センセ…！」

センセ～イ…！」

先生：「—————

質疑、打ち切り、議場閉鎖！」

国会ではあるまいし…！(\*^\_^\*)

先生：「じょうだんですよ、

じょうだん、ジョウダン！」

## エピローグ

なにはともあれ、問題は解決しました。

数学に答が1つの場合もあれば、いくつもある場合もあるのは当然です。

「平行と合同」のお勉強はきょうでおしまいです。

次回から「図形の性質」をめぐる諸問題を検討していきます。

二等辺三角形や平行四辺形，円の問題です。

珍答続出…

証明の答案は見ていて楽しいです。

では，お楽しみにお待ちください！

恐惶謹言…！



■◀●■【 まちがいをさせない教材 】■●▶

【中2数学・平行と合同】 No.2 1

■ 4 証明の形式（その2） ■ 合同条件を式で説明する ■

■上の教材は，「教育エッセーMENU Essay\_538, コンテンツ欄」よりリンクできます。

→ Link ▶ | [教育エッセーMENU](#) |

■演習問題は，数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導をしております。いつからでも受講できます。

## 証明の問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

### 数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: [suusen@seagreen.ocn.ne.jp](mailto:suusen@seagreen.ocn.ne.jp)