

数学の教え方 044

▶ 2023.11.17(金)

【中学2年数学】

平行と合同

「証明の形式」の指導(2)

イントロ

合同の証明問題で、生徒が一番間違えることは対応する辺や角の順序を間違えることです。

これについては、わからないわけではなく「気をつけていない」だけです。

日頃の訓練ができていないのですね。だから、訓練します。

コレとは別に、例えば、 $\triangle ABC$ と $\triangle DEF$ において

$$AF = BD$$

などと不可解な答案を書く生徒も少なくはありません。

対策としては、必然的に間違える問題をやらせて、間違えさせることです。

要するに、「免疫」を作っておくのですね。

「毒をもって毒を制する」ということになるのでしょうか…

こうすると、2度と間違えることはありません。

インフルエンザと同じ対処法です。

それでも、間違える生徒については…

どうする、センセ？

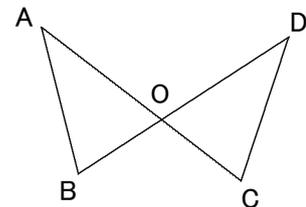


このテーマでは、2回目の授業です。

お勉強を始めましょう。

■合同の証明をめぐる名答、いや「迷答」のお話です。

右の図で、 $AB = DC$ 、 $AC = DB$ である。
このとき、 $\angle A = \angle D$ であることを証明しなさい。



合同条件をでっちあげる(その1)

生徒A：「角相等の証明は、

その対応する角をふくむ三角形の合同を証明して…
 でしたね，センス！」

先生：「…」

生徒A：「 $\triangle ABO$ と $\triangle DCO$ で

仮定から， $AB=DC$

$AC=DB$

対頂角だから， $\angle O=\angle O$

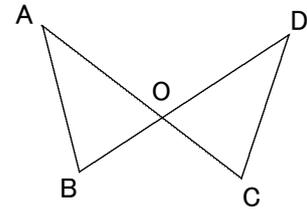
2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABO \cong \triangle DCO$

合同な三角形の対応角は等しいから

$\angle A=\angle D$

証明おしまい！」



先生：「ばっか！」

生徒A：「(*_*)！」

ほへ！」

笑ってはいけません。

けっこういるのです，こういう証明する生徒。

先生：「めちゃくちゃだな，こりゃ！」

大切な点を2つだけ言っとく。

(1) $\triangle ABO$ に辺ACなどないし， $\triangle DCO$ に辺DBなどない。

(2) $\angle O$ といっても，書いている人はわかってても

読んでいる人はどの角なのかわからん。」

合同条件をでっちあげる(その2)

生徒A：「…？」

じゃ，もう一回いく。

リベンジ！**シュワッチ!**

$\triangle ABO$ と $\triangle DCO$ で

仮定から， $AB=DC$

$BO=CO$

対頂角だから， $\angle AOB=\angle DOC$

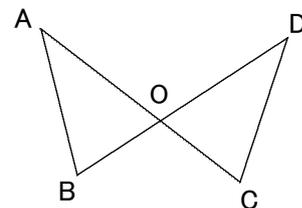
2辺とその間の角がそれぞれ等しいから

$\triangle ABO \cong \triangle DCO$

合同な三角形の対応角は等しいから

$\angle A=\angle D$

こんどはどうです，センス？」



先生：「もう一度，激しく…

バッカ！、バッカ！、バッカ！、」

生徒A：「もう一度，驚いて，

ほ・へ・！ ほ・へ・！ ほ・へ・！」

先生：「 $BO=CO$ って
どこから持ってきたの？」

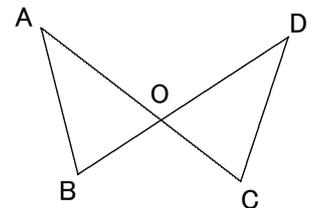
生徒A：「…！？
なんとなく、そんなになりそうでしょ、センセ？
わかっているくせに…！」

先生：「う～っ？？
…」

苦し紛れに、等しい辺や角をでっちあげるのは生徒の常套手段です。
仮定や図形の性質などな～んも考えていません。
等しくなっただけの願望だけが優先するのですね。
等しい理由を書かなければならないときは「仮定」と書いて知らん顔。
「その仮定って、問題文のどこに書いてあるの？」
と聞いても、ニコニコするだけです。
そもそも等しくはないのだから理由など書きようがないのですね。
でっちあげるしかありません。
「うん、うん」とうなずいておられる先生はベテランですナ！

正しい証明の考える手順は

先生：「要するにだ！
証明すべき $\angle A = \angle D$ の
 $\angle A$ と $\angle D$ を含む三角形ならどこでもいいわけだからして…
しかも、仮定の $AB=DC$ 、 $AC=DB$ は、
ありがたく使わせていただくことにすることにして…
とすれば、合同な三角形を作ってしまうばええ！
つまり、 B と C を結ぶ。
作図だな。
3辺相等の合同な三角形ができるだろうが…！」



”詰め”でコケる生徒もいる！

生徒A：「じゃ、センセの言うとおりに…
証明してみんね…
 B と C を結ぶ。
 $\triangle ABC$ と $\triangle DCB$ で
仮定から、 $AB=DC$
 $AC=DB$
作図より、 $BC=BC$
3辺がそれぞれ等しいから
 $\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
合同な三角形では、対応する角の大きさは等しいので

$$\angle A = \angle D$$

これでカンペキで・す・ね， センセ！」

先生：「はい， と言いたいけど…

ダメ！」

生徒 A：「ほへ！」

…！？」

先生：「 $BC = BC$ …？」

対応してないでしょ？」

生徒 A：「おう！」

猿も木から落ちた。

$BC = CB$ でした！」

このように「木から落ちる猿」がたくさんおります。

「対応」には目を光らせてくださいよ， センセ！

よそ見していると何をしでかすかわかりません， 近頃の生徒は！

”「証明」の一般形式」を教えること

さて， この問題は解決しました。

しかし， まだ， 証明とは何をどのような順序で考えればいいのか，

証明はどのような手順で書けばいいのかの「一般ルール」はわかりません。

実は， 生徒がほしがっている知識は， この「証明の一般ルール」なのです。

個々の証明問題は， 説明を聞いてその証明の理解はできます。

しかし， その証明を1から自分で組み立てることはできません。

組み立てる方法を知らないからです。

あるいは， たとえ組み立てたとしても，

生徒 A のように恣意的， 支離滅裂に思いついたまま証明を進めます。

かなり賢い生徒でもやはり， 3角で合同を証明したりもします。

ほんとうです。

「3角が等しい。よって， $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 」

などという答えはざらです。

”参考書”で「証明」を学ぶことはできない

畢竟， 参考書や問題集の解答欄を見てください。

一言， 「わからん！」

いや， 1行， 1行はわかります。

しかし， 全体の論理の組立の理由がわかりませんし， 問題ごとにちがった論理で証明しているようにも見えます。

ただ， 思いつくままにだらだらと図形の性質やら仮定を並べているようにしか見えません。

こんな参考書や問題集を学習しているかぎり， 論証する手順を学び取ることなどできるわけがありません。

生徒にとっては、証明はいつまでも闇の中で、不可解そのものです。

「証明の一般形式」を教える教材

そこで、数専ゼミの証明教材では、すべて、すべてですよ、

証明に形式を与えて証明させます。

証明は、この形式に問題の条件（仮定や共通）や図形の性質を流し込むことによって自動的に完成できるようにしてあります。

これが「証明の一般ルール」であり、形となります。

ほんとかね？

と疑惑をもたれる方は、是非、数専ゼミの証明教材をご覧ください。

「なるほど」と納得できるはずですよ。

で、今回は、この「証明の基本形式」を学習させる教材を紹介しています。

あ、言うておきますが…

「合同の証明の基本形式」は1つですよ。

1つですよから”猿”も混乱しません。

全国の”猿”，いや生徒に好評ですよ、ぜひ学習させてみてください。

受けること、必ですよ。(* ^ _ ^ *) !

エピローグ

さて、今回は、「対応の混乱をひきおこす典型問題」と生徒Aが格闘します。

抱腹絶倒、まさか、そんなばかな…

あらゆる「混乱」まるだしの格闘ですよ。

いや、実際、教室でも日々起こっているまちがいですよ。

じっくりと拝見しましょ。(* ^ _ ^ *) !



■◀●■【 まちがいをさせない教材 】■●▶

【中2数学・平行と合同】 No.20

■4 証明の形式（その1） ■ 証明の基本形式 ■

■上の教材は、「教育エッセーMENU Essay_533, コンテンツ欄」よりリンクできます。

➔ Link ▶ | [教育エッセーMENU](#) |

■演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導をしています。いつからでも受講できます。