数学Essay_526　　数専ゼミ・山形東原教室

数学の教え方 039

▶ 2023.11.9(木)

【中学２年数学】

平行と合同	「合同な三角形の判別」の指導

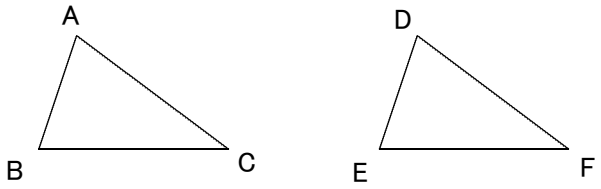
イントロ

「２つの三角形が合同になるように辺の長さや角の大きさを決める問題」の指導です。
合同条件のうち，２つの条件だけを問題の中で与えます。
２つの三角形を合同にするためのもうひとつの条件を書かせます。
生徒は合同条件など丸暗記しているものだから，こんな問題などは…と「なめて」かかります。
そして，みなさん，ご一緒に落とし穴に落ちて「アワアワ」します。
さて，…

合同条件はどうして「その間」の角なの？

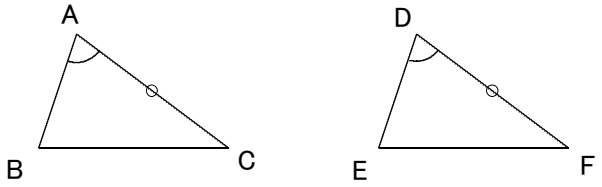
「合同」の問題です…
合同条件など，だれにもわかるだろう，とお思いでしょうが，さにあらず。
けっこう生徒はわかっていません。

△ＡＢＣ≡△ＤＥＦとなるためには，次の場合，どのような条件を１つ加えればよいですか。
(1) ＡＣ＝ＤＦ，∠Ａ＝∠Ｄ
(2) ∠Ａ＝∠Ｄ，∠Ｂ＝∠Ｅ



(1) の問題です。
解答欄には，次のように，２通りの答えがあることを示してあります。

［答　　案］
ＡＣ＝ＤＦ，
∠Ａ＝∠Ｄ，
のとき



①［　　］＝［　　］ならば，△ＡＢＣ≡△ＤＥＦとなる。
このときの合同条件は（　　）。

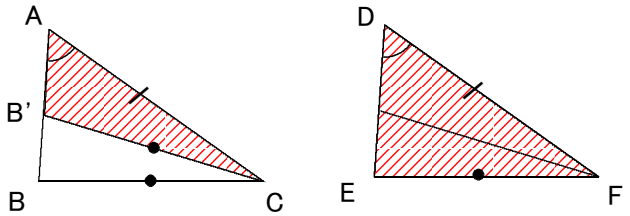
または，
②［　　］＝［　　］ならば，△ＡＢＣ≡△ＤＥＦとなる。
このときの合同条件は（　　）。

生徒Ａ：「もう１辺があると２辺になるから，
①［　ＢＣ　］＝［　ＥＦ　］ならば，△ＡＢＣ≡△ＤＥＦとなる。
このときの合同条件は（　２辺とその間の角　）。」
先生：「…？
なんか，変でない？」
生徒Ａ：「何が？」
先生：「”その間の角”になっていないでしょ？」
生徒Ａ：「でも２辺と１つの角が等しければ，合同になるよ。
ＡＣ＝ＤＦ，∠Ａ＝∠Ｄのとき，
ＢＣ＝ＥＦとして三角形をかくと，上のようにぴったりと重なる。」
先生：「でも，重なるようにかいたんでしょ？」
生徒Ａ：「そう，
重なるから合同でしょ？
重なっても合同でないのってあるの？」
先生：「いや！
そういうことじゃなくて…」
生徒Ａ：「センセ，勉強”いや”になったん？」
先生：「…？
ばっか！
そういうことじゃなくて…」
生徒Ａ：「…，
どういうこと？」
先生：「勉強をあさっての方へ引っ張らないで…」
生徒Ａ：「…？
”あさっての方”って，なに？」
先生：「そんなこと，どうでもよろし！
”２辺と１つの角”なんて，合同条件にないでしょ？
”２辺とその間の角がそれぞれ等しい”じゃないの？」
生徒Ａ：「でも，どうして”その間の角”でないと，合同にならないの？」

これは，原則的な質問です。
多くの生徒は，合同条件は，そういうものとして受け入れて丸暗記しています。
生徒Ａのように，この条件に異を唱える生徒は少数派ですが…
こうした生徒の意見を授業でとりあげることが，
すごく意味あることであると思えます。
与えられたことをそのまま信じることの危険性を生徒の教えることができます。

「その間の角」でないとどうなる？

さて，授業の続きですが…
先生：「２辺と１つの角が等しくとも，合同にならない場合があるからです。
たとえば，…



問題の条件は，
ＡＣ＝ＤＦ
∠Ａ＝∠Ｄ
上の左の図では，Ｂ’Ｃ＝ＢＣだ。
すると，Ｂ’Ｃ＝ＥＦだな。
２つの辺と１つの角が等しくなった。
さあ，どうだ。△ＡＢ’Ｃと△ＤＥＦはぴったしと重なるか？」
生徒Ａ：「…
うぐ！？
これは困った，重ならないよ…！
Shun!(-_-;)」

生徒Ａの負け！

「２辺とその間の角」というときの，「その間」は生徒にとっては単なる語呂であって，必ずしも内容を伴っているわけではないようです。
要するに，２つの辺と１つの角が等しければ合同だろう…
くらいにしか考えていないのですね。

合同条件をまちがって書くこともある

また，こんな例もあります。
証明をしていて，「３辺が等しい」ことを示しておきながら
合同条件として
「２辺とその間の角がそれぞれ等しいから…」とか
「１辺と両端の角がそれぞれ等しいから…」など
と書く生徒がけっこういます。

生徒達の答案を，よ～く見てください。
ありえないことだと思うのですが，あるのです。
原因がよくわかりません。
「合同条件がちがうでしょ？」と指摘するとすぐ気づきますが…
なぜ，あるいは問題のどの部分を見て，このような間違いをするのだろうか。
研究課題の１つです。

合同の問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ