

数学の教え方 038

▶ 2023.11.7(火)

【中学2年数学】

平行と合同	「三角形の内心の問題」の指導
-------	----------------

イントロ

三角形ACBの角のうち、 $\angle B$ と $\angle C$ のそれぞれの角度は不明であるが、 $\angle B + \angle C$ がわかるとき、 $\angle A$ を求める問題があります。

この解き方を知らない生徒は、いくら考えても、まずは解けません。

「異なるものを1つと見て、それを利用してひとつ上のレベルの問題に使う」というのはきわめて高度な思考を必要とするからです。

しかし、知ってしまえば、こんなあほらしい問題はないわけで、発展性のない問題です。

…が、これがけっこう学校のテストでは出題されています。

まあ、「裏ワザ」として生徒に教えると、生徒には尊敬の「まなざし」で見つめられますが…！

矢形の問題の解き方(その5－外角の利用)

前回の続きです。

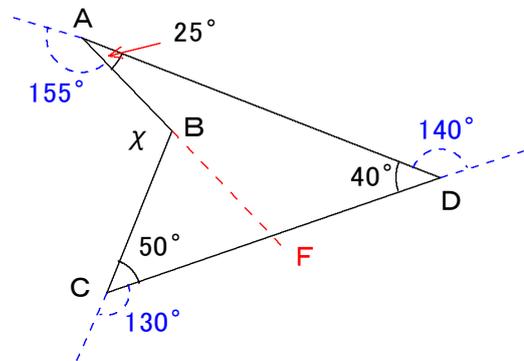
$\angle X$ の大きさを求める

生徒Aの答案ですが…

最初に、それぞれの外角を求める、
多角形の外角の和は常に 360° だから、

$$140^\circ + 155^\circ + X + 130^\circ = 360^\circ$$

これを解いて、 $X = -65^\circ \dots?$



このA君の答案には、1つだけ間違っている部分があります。

そのために、正解できません。

さて、どこが違いますか。

★

そうですね、

$\angle X$ は頂点Bの外角ではありません。

実は、頂点Bの外角は負の数になります。

その前に、角度の本質について…

角度は、頂点を中心として基線を一定の方向に回転した量として定義されます。

ただ開いている量ではなく、方向があります。

上の問題では、基線から左回転して外角を定義しています。
だから、すべての外角は基線をもとに左回転で定義しなければなりません。

ところが、頂点Bは基線が右回転しています。つまり負の量となっています。

そこで、頂点Bの外角を t ($t < 0$) とおいて、

$$140^\circ + 155^\circ + t + 130^\circ = 360^\circ$$

これを解いて、 $t = -65^\circ$

$$\chi = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$$

答 $\angle \chi = 115^\circ$

となるわけで、

外角の和が 360° となる、という性質も一般性を保つことになります。

三角形の内心の問題

先生：「きょうは、三角形の内心の問題をやります。」

生徒A：「え？

三角形に”内申書”なんてあるの？」

先生：「…？」

なんで、ここで”内申書”がでてくるわけ？」

生徒A：「だって、三角形の内申書！」

生徒達は、内申書に敏感です。

内申書は、先生にとっては「錦の御旗」です。

これをふりかざすことで、生徒達は平伏します。

変なものが教育現場にはあります…！(^_^;)

まさか、A君の1点をB君へ移してはいないでしょうね…

「**ドキッ**」としてるセンス！

い・な・い・ね…！(-_-;)



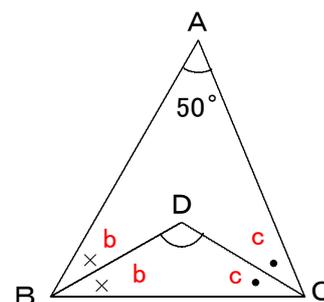
先生：「内心！

つまり、三角形のそれぞれの内角の二等分線の交点のこと！」

生徒A：「…**ホッ**！！！」

右の図は、 $\angle B$ と $\angle C$ の二等分線の
交点をDとしたものです。

$\angle A = 50^\circ$ のとき、 $\angle BDC$ の
大きさは何度ですか。」



生徒A：「う〜〜っ！！」／(*_*)\
先生：「どしたの？」
生徒A：「bは何度？」
先生：「わからない！」
生徒A：「じゃ、ボクも分からない！
bとcがわからなければ、 $\angle BDC$ は出せないでしょ？」
先生：「ところが、出せるから数学は楽しい！」
生徒A：「…？！
ボク、楽しくない！」(-_-;)\

三角形の内心を求める

生徒B：「は〜い！
知ってる、知ってる！
塾で習った。」
生徒A：「うぐ！
ひきょうな！」
生徒B：「ひきょうでも、わかればええ！
 $2b + 2c = (180 - 50)^\circ$ を使うんだよ。」
生徒A：「でも、それだけじゃ
bが何度で、cが何度だからわからないでしょ？」
生徒B：「でも、 $b + c = 65^\circ$ はわかる。」
生徒A：「でも、bが何度で、cが何度だからわからない！」
生徒B：「わからなくてもいい。
 $\triangle DBC$ で $b + c = 65^\circ$ なら
 $\angle BDC = 180^\circ - (b + c) = 180^\circ - 65^\circ = 115^\circ$
として求めることができるから！」
生徒A：「なるほど！
これは奇手！
神業だな！」
生徒B：「…！
そんな…！」

「三角形の内心の求め方」の考え方

Aのような生徒は、不思議とクラスに何人かはいます。
角度は1つ1つが与えられているという先入観を持っているのですね。
1つ1つはわからないけれど、まとめて何度という発想は高級な思考です。
角の抽象化を必要とします。
「有るものを無しとし、無いものを有る」とする思考です。
3つの角を2つの角として処理する必要があります。
知っている人から見れば、あたりまえのことですが、
初めての生徒には不思議な世界、「奇手、神業」に見えます。
だから、ていねいに指導する必要があります。

”神業”を教える教材

こうした思考プロセスを専門的に育てる教材を紹介します。
生徒には、サンプルの思考プロセスを自分の力で組み立てることができるようになるまで練習させることです。

最後に、この【考え方】の一般化として「公式」を扱っています。

指導する上で注意すること…

生徒は理屈抜きで公式を覚えようとします。

けっして、公式の丸暗記をさせないこと。

そのためには、「公式を導くプロセス」をきちんと習得させることです。

公式は自分の力でつくることができることが、応用力の源泉になります。

公式作成プログラムも教材に含まれています。→ No.9 (4/5)

徹底してこれを覚えさせて下さい。

これさえやれば、練習問題など1題もやらせる必要はありません。



■◀●■【 まちがいさせない教材 】■●▶

【中2数学・平行と合同】 No.9

■ 2 平行線と角 (その6) ■ 三角形の内心の問題 ■

■上の教材は、「教育エッセーMENU Essay_524, コンテンツ欄」よりリンクできます。

→ Link ▶ | 教育エッセーMENU |

■演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます。

角度の問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: (023)633-1086 / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp