

誤答事例集 036 [中3数学]

相似な図形

三角形と線分の比②

▶ 2023.11.6(月)

平行線と線分の長さ(誤答例)

次の問題は、まだ「平行線と線分の比」を学習する前の段階の問題です。

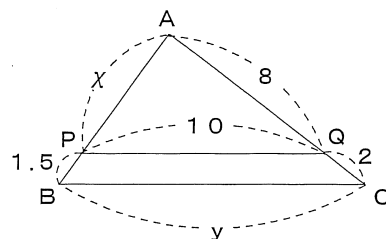
だから、この学習段階では、三角形の辺の長さは相似な三角形の対応辺の比をとって求めます。ところが、「平行線と線分の比」を学習した生徒がこの問題を解くと、次のようなまちがいをします。そして、圧倒的多数の生徒がこれと同じまちがいをします。

◇《平行線と線分の長さの比の性質の利用(三角形)》

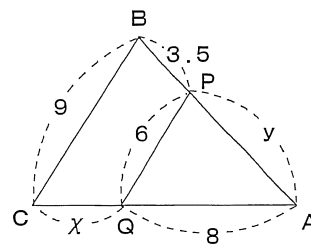
★演習★【2】《C・B・A》

次の図で、 $PQ \parallel BC$ のとき、 x 、 y の値を求めなさい。

(1)



(2)



【考え方】(1) x は平行線と線分の長さの比、 y は相似な三角形の対応辺の比の性質を使って求めます。

(2) x は相似な三角形の対応辺の比、 y は求めた x の値を利用して平行線と線分の長さの比の性質を使って求めます。

[答 案]

(1) x の値を求める

$$\text{比例式 } x:1.5 = 8:2$$

$$\text{比例式を解く } x:1.5 = 4:1$$

$$x = 6$$

$$x = [6]$$

 y の値を求める

$$\text{比例式 } 10:y = 4:1$$

$$\text{比例式を解く } 4y = 10$$

$$y = \frac{5}{2}$$

$$y = [\frac{5}{2}]$$

(2) x の値を求める

$$\text{比例式 } 6:9 = 8:x$$

$$\text{比例式を解く } 2:3 = 8:x$$

$$2x = 3 \times 8$$

$$x = 12$$

$$x = [12]$$

 y の値を求める

$$\text{比例式 } y:3.5 = 2:3$$

$$\text{比例式を解く } 3y = 7$$

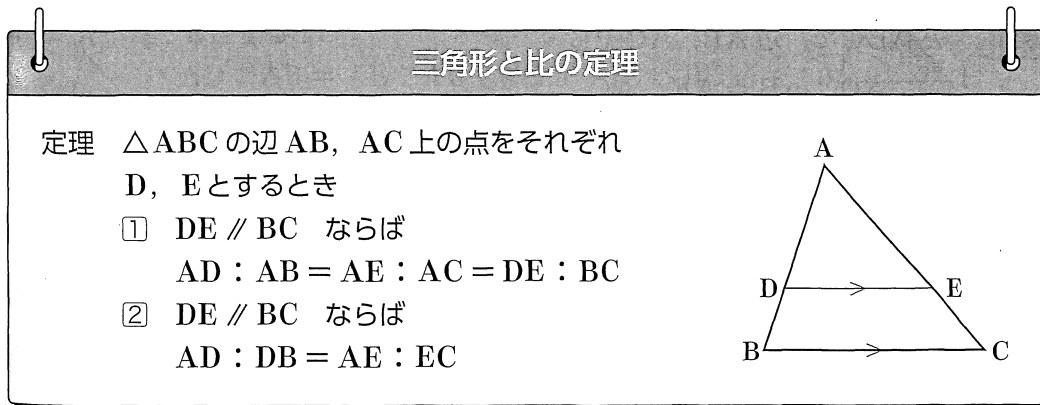
$$y = \frac{7}{3}$$

$$y = [\frac{7}{3}]$$

* 赤ラインの部分が
まちがいです。

そこで、教科書では、どのように教えているかを調べました。
令和5年度・東京書籍「新しい数学3」145ページと151ページです。

三角形と比の定理



上の誤答例のうち、(1) の y の値を求める問題で、「三角形と比の定理」の①と②の混同がみられます。また、(2) の誤答も同様です。

①は $DE \parallel BC$ だから、 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ より、対応辺の比が等しいから

$$AD : AB = AE : AC = DE : BC$$

なのであって、単なる相似の問題で、下の「平行線と比」についての定理など関係ありません。

②も、 D を通って AC に平行な直線と BC との交点を R とすれば、

$\triangle ADE \sim \triangle DBR$ より、対応辺の比が等しいから、

$$AD : DB = AE : DR (EC)$$

◀ 四角形 $DRCE$ は平行四辺形だから $DR = EC$

なのであって、単なる相似の問題で、下の「平行線と比」についての定理など関係ありません。

上の(1)の y の値や(2)の誤答例は、相似な三角形の対応辺の比をとっていないことによるまちがいです。

相似な三角形を使って対応辺の比が使えるなら、「平行線と比」のことなど考えずに、必ず相似な三角形の対応辺の比をとって辺の長さを求めることができます。

これが、「相似の本質」を使った解法です。

本質を使って考える習慣をもっていれば、見かけの現象に惑わされることはないはずです。

「平行線と比」の定理

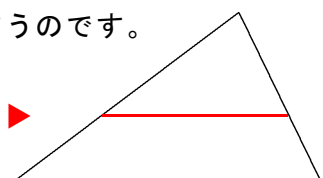
では、「平行線と比」の定理とは何か。

これは、「平行線と比」という呼び方が、この定理の本質を表したいないためにぼや~っとしてその本質を理解しづらいのです。その結果、誤った使い方をしてしまうのです。

上のような間違いが、典型的な誤答例です。

平行線を切り取る2直線間の距離は、比で使ってはいけません。▶

(三角形の対応辺になっている場合は比で使えますが。)



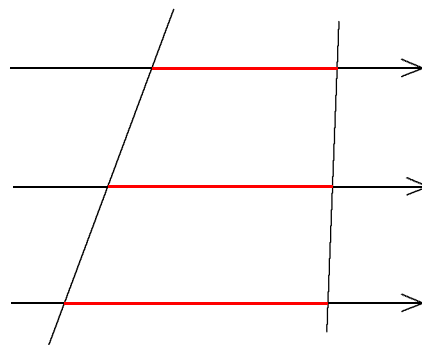
では、この定理をどのように理解したらいいかというと、

「平行線と比」ではなく、「平行線で切られた線分の比」の定理として理解すべきなのです。このように理解すると、平行線と比の問題では、平行線の部分の長さは比としては使ってはいけないということがわかります。

「平行線で切られた線分」しか考えてはいけないからです。

平行線と比

定理 平行な3つの直線 a, b, c が
直線 ℓ とそれぞれ A, B, C で
交わり、直線 m とそれぞれ
 A', B', C' で交われれば
 $AB : BC = A'B' : B'C'$



「平行線と比」の問題では、左の図の赤い部分は比として使ってはいけない。

したがって、平行線の問題を解くときに守るべきことは、次の2点です。

- 1 相似な三角形なら対応辺の比を使って辺の長さを求める。
- 2 平行線の問題では、線分の長さを求めるときは、
「平行線で切られた線分の比」だけを使う。（左右の直線の一部である線分）

これを”視覚的に”整理した教材を紹介しましょう。

■この教材は、「[教育エッセーMENU Essay_523](#), [コンテンツ欄](#)」よりリンクできます。

→ [Link](#) ▶ | [教育エッセーMENU](#) |

「相似」の学習は原理から学べる数専ゼミに限る

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX: (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp