

数学の教え方 037

▶ 2023.11.6(月)

【中学2年数学】

平行と合同	「矢形の問題」の指導
-------	------------

イントロ

三角形の内角と外角の性質を使うと、三角形を組み合わせてできる図形のいろいろな角度を求めることができました。

三角形の問題があれば四角形の問題もある、というのが世の常識でありまして…(*^_^*)?

きょうは、いわゆる「矢形の問題」といわれるもので、鎌（やじり）のような形をした三角形のような四角形のいろいろな角度を求める問題に挑戦します。

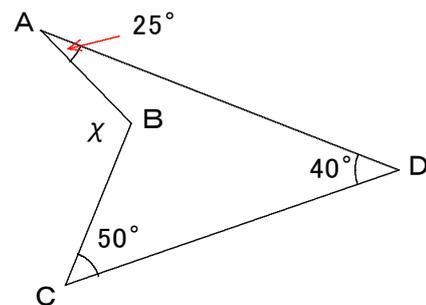
これは、なんか、やたらと解き方があって、この種の解き方で遊んでいる授業もけっこう見られます。

こういうのが好きな先生がいるんですねエ…(*^_^*)

みなさんにも遊んでいただきます。

問題です

右の図で、
 $\angle \chi$ の大きさを求めなさい。



生徒 A : 「三角形の角度を求める問題ですね。」

先生 : 「え？」

どこが三角形なの？」

生徒 A : 「三角の形をしている…」

先生 : 「…！」

生徒 A : 「三角形じゃないの？」

先生 : 「じゃあ、辺の数はいくつ？」

生徒 A : 「…！？

4つだ！

四角形…？

でも、三角形っぽい、超まぎらわし！」

右の図を三角形と思っている生徒…

いないとは限りません。(*^_^*)!

矢形の問題の解き方(その1)

生徒A：「四角形なら、内角の和 360° と使わんといけんでしょ。

頂点Bの内角は $(360 - \chi)^\circ$ だから、

これを使って、内角の和を表すと

$$50 + 40 + 25 + (360 - \chi) = 360$$

これを解いて、 $\chi = 115$

答 $\angle \chi = 115^\circ$

ちゃ〜んと、四角形で解きましたよ、センス！

超まぎらわしいけど！

…、でも、どうしても三角形に見える！

こまった！(^_^;)」

先生：「う〜ん！

きちんと復習してるね、

習ったことをうまく使って問題を解くことは
数学の基本です。

みなさんも、よくまねをしましょうね。」

生徒達：「は〜い！」 Pachi! parapara …

矢形の問題の解き方(その2)

生徒B：「ボクは、こういうまぎらわしい四角形は、

ほんとうに三角形にしちゃう！ (^_^)v

AとCを結ぶ。

$\angle BAC = a$, $\angle BCA = c$ とおく。

$\triangle DAC$ で、三角形の内角の和は 180° だから

$$(a + c) + (50 + 40 + 25)^\circ = 180^\circ$$

よって、 $(a + c) = 65^\circ$

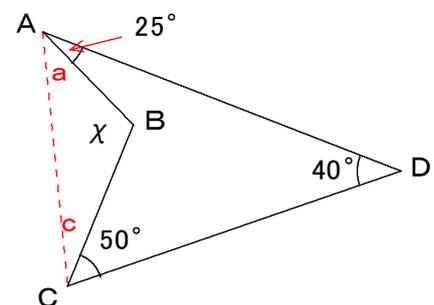
$\triangle BAC$ で、

$$\chi + (a + c) = 180^\circ$$

$$\chi + 65^\circ = 180^\circ$$

$$\chi = 115^\circ$$

答 $\angle \chi = 115^\circ$



四角形のことなんか、な〜んも考えないで解けた！

こういうのを”自分の土俵で相撲をとる”というの。

Go My Way とも言う。(*^_^*)」

生徒達：「…」

矢形の問題の解き方(その3)

生徒C：「対抗上、意地でも別な三角形を作らねばならんな！」

Bは付け加えて三角形をつくったから、
ぼくは2つの三角形に分ける。
DとBを結び、その延長をEとする。
 $\angle ADB = a$, $\angle CDB = b$ とおく。

$\triangle ADB$ で、三角形の外角は隣り
合わない内角の和に等しいから
 $\angle ABE = \angle DAB + \angle BDA$
 $= 25^\circ + a$

同様に、 $\triangle BCD$ で

$\angle CBE = \angle BCD + \angle CDB$
 $= 50^\circ + b$

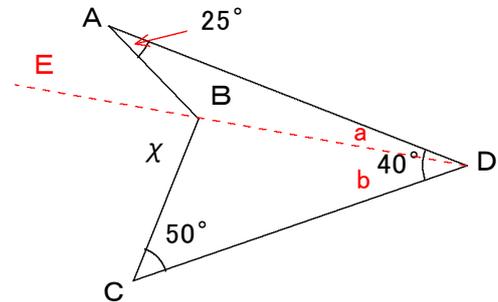
$\angle ABC = \angle ABE + \angle CBE$
 $= 25^\circ + a + 50^\circ + b$
 $= 75^\circ + (a + b)$

また、 $(a + b) = 40^\circ$ より、
 $\angle ABC = 75^\circ + 40^\circ$
 $= 115^\circ = \chi$

答 $\angle \chi = 115^\circ$

できた！

要するに、 $\angle \chi$ の大きさは、3つの内角の和だということ！
それだけで、あとな、な～もない。」



そうですね。

矢形の問題で求角するとき、答は瞬時に出るのです。

3つの内角の和を求めればいいのです。

だから、テストで、求角問題として矢形の問題を出題するのは、
”救済”問題となります。

だれでも得点できますから…。

矢形の問題の解き方(その4)

生徒D：「う～ん！

三角形に切るとしても、切り方がいろいろあってもいいような…！

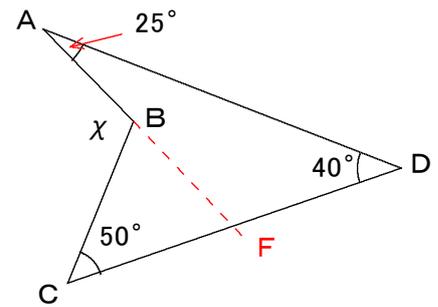
こんなのどうですか、センス。

辺ABを延長し、辺CDとの交点をFとする。

$\triangle AFD$ で、三角形の外角は隣り合わない内角の和に等しいから
 $\angle AFC = \angle DAF + \angle FDA$
 $= 25^\circ + 40^\circ$
 $= 65^\circ$

同様に、 $\triangle BCF$ で
 $\angle ABC = \angle BCF + \angle CFB$
 $= 50^\circ + 65^\circ$
 $= 115^\circ$

答 $\angle \chi = 115^\circ$
 できた！」



★

生徒A：「そんなの、ボクもできる…
 辺CBを延長して辺ADとの交点をFとする…」

先生：「そんなのダメ！
 Dと同じじゃないか！」

生徒A：「(*_*)…！？
 (-_-;)Shun！」

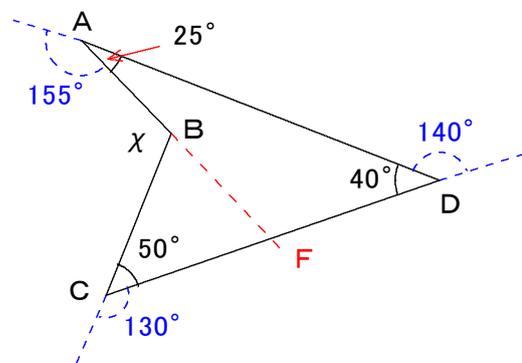
矢形の問題の解き方(その5-ウルトラC)

先生：「もう、で・な・い・か・なっ？
 では、超ウルトラ、プロの解法をお見せしましょう！」

生徒達：「ほ～っ！
 なんだろ？
 みたい！みたい！」

先生：「これまでのみなさんの答案では…
 $\angle \chi$ の大きさを、四角形や三角形の「内角」を使って求めています、
 四角形の「外角」を使って求めることはできないでしょうか。」

生徒A：「できる、できる。
 それぞれの外角を求める、
 多角形の外角の和は常に 360° だから、
 $140^\circ + 155^\circ + \chi + 130^\circ = 360^\circ$
 これを解いて、 $\chi = -65^\circ$ …？
 あれっ？
 $\angle \chi = 115^\circ$ にならない、
 しかも、角度がマイナスだ？
 なんじゃろ、これ！？」



こういうのを形而上学的思考というのですね。
 たびたび登場しました。
 「こと」の本質を考えないで、
 表面的な現象だけを見て
 恣意的に考えることをいいます。
 だから、正しい場合もあるし、間違っている場合もあります。

先生：「いいですか！

A君の答案には、1つだけ間違っている部分があるのですが…

それはそれとして、A君の答案をもう少し先へ進めてみます。

$$180 - 65 = 115$$

$$\angle x = 115^\circ$$

どうです、ちゃ〜んと答が出たでしょ！」

生徒達：「# \$ % & ! ! ? ? …」(*_*)

Pokara...n!

さて、読者諸氏！

A君の間違いはわかりますか。

また、先生は、A君の間違いをどのように利用して正解へ導いたのか…

わかりますか。

ここまでくると、遊びの領域に入りますが…

生徒に「外角」の固定観念を捨てさせる教材として使えます。

「外角とは内でない角」程度の理解では、この問題は解けません。

「角度」の量としての本質を理解していないと解けません。

さて、読者諸氏もいっしょに悩んで下さい。

解答は、次回のお楽しみということで…

「矢形の問題」の教材と指導法

まず、教材だけを紹介しておきましょう。

「矢形の問題の4つの解法」を説明するトレーニングペーパーです。

- ・時間があれば、《演習》問題だけを提示して、生徒に考えさせます。
生徒は、けっこう楽しんで解きます。
それぞれの問題には、問題中に解法の方角付けがしてあります。
- ・時間がかかるようでしたら、《ガイド》を使って学習させます。
解法のプロセスをガイドしています。
まず、解法のプロセスを理解させます。
その後で、それを覚えさせます。
覚える方法など指導する必要はありません。
そんなもの個人差がありますから、指導されると迷惑です。
要するに、「解法プロセスを再現できること」
—この目標を達成することに集中させます。

こうした練習をさせると…

三角形の内角、外角に関する求角問題など

特に練習しなくともすらすら解けるようになります。

ためしてみてください。

↓ ↓ ↓
■◀●■【 まちがいをさせない教材 】■●▶

【中2数学・平行と合同】 No.8

2 平行線と角（その5） ■三角形の内角と外角を使った求角問題②■

■上の教材は、「教育エッセーMENU Essay_522, コンテンツ欄」よりリンクできます。

→ Link ▶ | 教育エッセーMENU |

■演習問題は、数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます。

角度の問題に強くなる数学専門指導の数専ゼミ

数専ゼミ・山形東原教室

〒990-0034 山形市東原町二丁目10番8号

TEL: **(023)633-1086** / FAX. (023)633-1094

メールアドレス: suusen@seagreen.ocn.ne.jp