

数学の教え方 035

▶ 2023.11.2(木)

【中学2年数学】

1次関数

「動点と面積(区間関数)」の指導(その7)

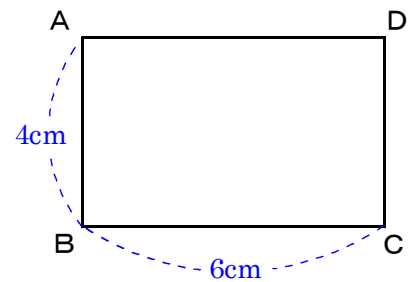
「動点と面積」の旅－第3日目(DA間)－その3

「動点と面積」の旅－第3日目(DA間)のつづきです。最終回です。ゴールします！

問題を再録し、いままでの解答をまとめます。

下のような長方形があります。点Pが毎秒2cmの速さで点Bを出発して辺上をC, D, Aまで動きます。点Bを出発して χ 秒後の $\triangle ABP$ の面積を $y\text{ cm}^2$ とすると、次の問いに答えなさい。

- (1) χ と y の関係をグラフで示しなさい。
- (2) $\triangle ABP$ の面積が 6 cm^2 となるのは、点Bを出発してから何秒後ですか。



- (1) ・点PがBC上にあるとき ($0 \leq \chi \leq 3$)

$$\triangle ABP \text{の面積} = 2\chi \times 4 \div 2 = 4\chi$$

$$\text{よって, } y = 4\chi \quad \dots \textcircled{1}$$

- ・点PがCD上にあるとき ($3 \leq \chi \leq 5$)

$$\triangle ABP \text{の面積} = 4 \times 6 \div 2 = 12$$

$$\text{よって, } y = 12 \quad \dots \textcircled{2}$$

【注】点Pが辺CD上にあるときは

$\triangle ABP$ の面積は変わらない。

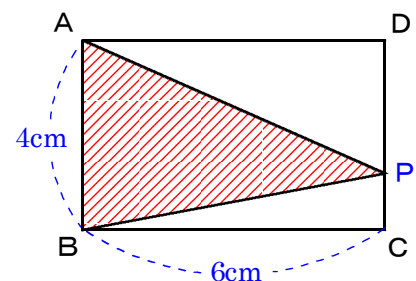
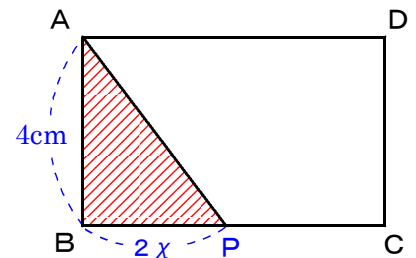
- ・点PがDA上にあるとき ($5 \leq \chi \leq 8$)

$$\begin{aligned} \triangle ABP \text{の面積} &= 4 \times (16 - 2\chi) \div 2 \\ &= 32 - 4\chi \end{aligned}$$

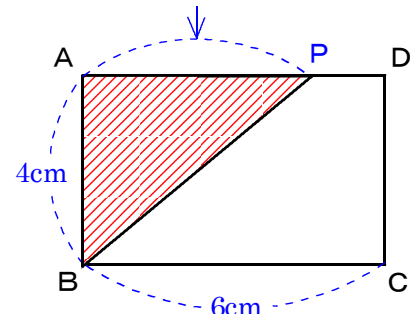
$$\text{よって, } y = -4\chi + 32 \quad \dots \textcircled{3}$$

【計算のしかた】

$$4 \div 2 \times (16 - 2\chi)$$



$$(6+4+6) - 2\chi$$



$$= 2(16 - 2x)$$

$$= 32 - 4x$$

区間関数のグラフのかき方

さて、ここから区間関数のグラフのかき方に入ります。

先生：「区間関数の場合、グラフは区間、 x の変域のことですよ、この区間ごとにかきます。」

生徒A：「よっしゃ、区間 $0 \leq x \leq 3$ を行きま〜す！

関数の式は $y = 4x$ 、

比例のグラフ。

だから、原点と点 $(3, 12)$ を通る直線。

完璧！」

先生：「よ〜し！」

生徒B：「次っ！、区間 $3 \leq x \leq 5$ を行きま〜す！

関数の式は $y = 12$

x 軸に平行のグラフ。

だから、点 $(3, 12)$ と点 $(5, 12)$ を通る直線！」

先生：「よっしゃ！」

生徒C：「じゃば、区間 $5 \leq x \leq 8$ を行きま…！

あまり、行きたくない…！」(^_^;)！Hohe…

生徒A：「なあに、同じだよ！

関数の式は $y = -4x + 32$ で、1次関数でしょ、

だから、傾きが -4 で、 y 切片が 32 の直線になる。」

生徒C：「でも、 y 切片が 32 って、 y 軸の目盛が足りないね。」

【注】解答用紙には、下図のように y 軸に 12 までしか目盛ってありません。

生徒A：「足りなかったら付け足せばいい。

$x = 8$ のとき、 $y = 0$ になるから

点 $(0, 32)$ と点 $(8, 0)$

を通る直線になるんだ。」

生徒C：「でも、変なグラフだよ。」

生徒A：「何が？」

生徒C：「なんか！

$x < 5$ の部分っていないんじゃないの？」

生徒A：「でも、そうすると

y 切片のないグラフに

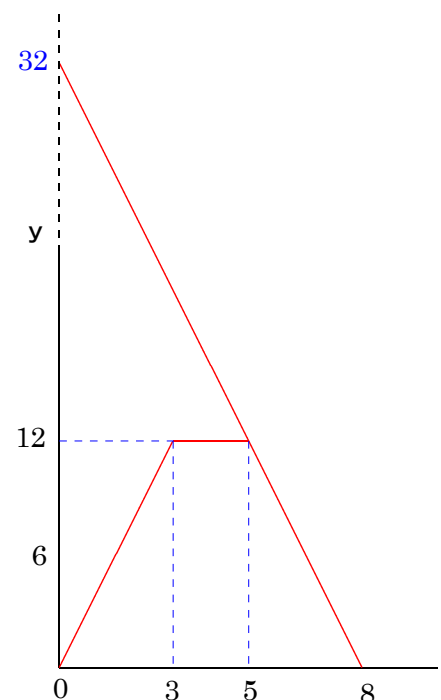
なってしまうよ。

そんなの、あり？」

生徒C：「うぐ！

でも…」

生徒A：「デモも、ストライキもないのっ！」



このようなグラフをかく生徒はけっこういます。

y 切片を通らないグラフというのは、
 この段階では生徒の頭の中にはまだないのですね。
 y 軸までグラフを伸ばします。
 x の変域などはもう頭のどこにもありません。
 西の海へ流してしまいました。
 生徒は、何でも西の海へ流してしまいますから、
 先生はよ〜く見ていないといけません。
 y 切片をかく場所がないものだから、それを確保することで一生懸命です。
 x のことなど、ど〜でもよくなっています。

生徒 C : 「しかもいいけど、でももいいけど？」
 何を言っているのかよくわかりません…！
 混乱しております…(*^_^*)
 生徒 A : 「…」
 生徒 C : 「だって、 $y = -4x + 32$ は、
 $5 \leq x \leq 8$ の範囲でしかいえないわけでしょ？
 $x < 5$ の世界には x と y の点の集合、つまりグラフはないはずだよ。」
 生徒 A : 「それは、そうなんだけど、
 じゃあ、 y 切片はどうするの？」
 生徒 C : 「いらない！」
 生徒 A : 「じゃあ、 $y = -4x + 32$ の **+32** などいらないというわけ？」
 生徒 C : 「…
 いる！」
 生徒 A : 「じゃあ、 y 切片をかかなくちゃいけませんでしょ？」
 生徒 C : 「…
 うん！ …？」

生徒 C、生徒 A に説得されてしまいました。
 生徒にとっては、これほど、 y 切片への郷愁は強烈です。
 それはそうでしょ、
 1 次関数のグラフは、 y 切片からスタートして
 x 軸の方向へいくつ、 y 軸の方向へいくつ
 というふうにかくわけですから…
 このスタート地点を取り除かれるということは、
 二階に上がってはしごをはずされるのと同じ仕打ちをうけることになります。
 実に、不安なものです。

だから、区間関数に限って、発想を変えなくてはいけません。
 グラフをかく、ということに関しては「特殊」に入ります。

先生の名講義を聴きましょう。
 先生 : 「いいですか、
 このような区間関数の場合には、
 傾きとか切片は、み〜んな西の海に流してしまいます！」

生徒A：「流すの？」

先生：「そう，

流す！

みーんな流す！

流すの，得意でしょ？」

生徒B：「流すけど…

流して，どうすんの？」

先生：「変域の両端の座標をとり，直線で結びます。」

生徒A：「ほへ！

そんだけでいいの？」

先生：「そんだけで，ええ！

あとは，な～んも考えない。」

生徒A：「y切片は，いいの？」

先生：「いい，

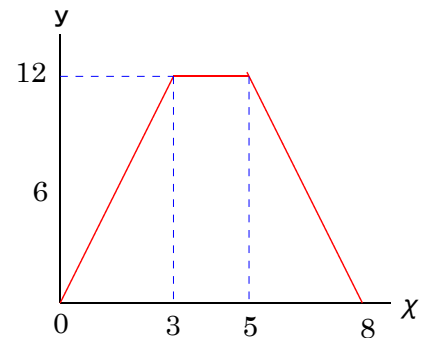
無視していい！」

生徒A：「…」

生徒A，y切片にまだ，こだわっています。

先生：「そうすると，次のようになります。」

- ・ $0 \leq x \leq 3$ では $y = 4x$ だから
点(0, 0)と点(3, 12)を結ぶ。
 - ・ $3 \leq x \leq 5$ では $y = 12$ だから
点(3, 12)と点(5, 12)を結ぶ。
 - ・ $5 \leq x \leq 8$ では $y = -4x + 32$ だから
点(5, 12)と点(8, 0)を結ぶ。
- 実際のグラフは，右のようになります。」



生徒達：「ほ～っ！」

Pachi, Pachi, Pachi! IMAICCHOU Pacchi!

感動，また感動，拍手の嵐…？ デス。

今や，生徒達は，y切片の束縛，呪い，魔法から解き放たれ，歓喜に酔いしれております。

神の声：「…オオゲサナ！」(^_^;)Shira～

ジャンジャン！

(2) については，以下で紹介する教材に詳しく説明してありますので，そちらをご覧ください。

■◀●■【 まちがいさせない教材 】■●▶

【中2数学・1次関数】 No.3 1

■ 2 動点と面積の問題（その1） ■ 平面図形の周上を動く点 ■

■上の教材は，「教育エッセーMENU Essay_518, コンテンツ欄」よりリンクできます。

➔ Link ▶ |教育エッセーMENU |

■演習問題は，数専ゼミ・山形・東原教室で個人指導を受けることができます。