数学の教え方 033

▶ 2023.10.31(火)

【中学２年数学】

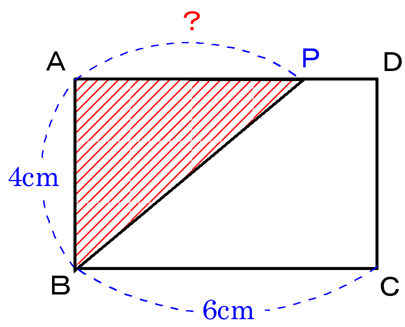
１次関数	「動点と面積(区間関数)」の指導(その５)

「動点と面積」の旅－第3日目(DA間)

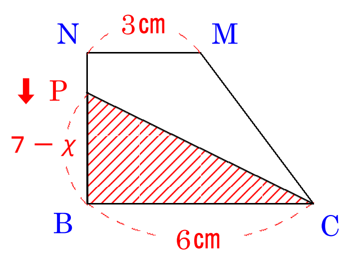
先生：「さて，いよいよ第４コーナーを回ってゴールを目指します！」

先生：「点Ｐは辺ＡＤ上にいます。
　　　△ＡＢＰの面積ｙをχの式で表してみましょう。」

求め方(その1)



生徒Ｂ：「はい！
　　　　行きます。」
先生：「よ～し，イケ！」
ちゃ～と，勢いづいていますがね…
(*^_^*)！Yossha!
生徒Ｂ：「△ＡＢＰ＝台形ＰＡＢＣ－△ＰＢＣ
　　　　…ん？
　　　　ＡＰがわからないから使えない！
　　　　じゃ，他の手でいくか！
　　　　△ＡＢＰ＝四角形ＡＢＣＤ－台形ＰＢＣＤではどうだ！
　　　　ｙ＝４×６－（２χ－４－６＋６）×４÷２
　　　　ｙ＝２４－（２χ－４）×２
　　　　ｙ＝２４－４χ＋８
　　　　ｙ＝－４χ＋３２
　　　　よ～し，うまくいった！
　　　　Pachi，Pachi だな！」



先生：「う～ん！
　　　いいんだけど，
　　　お勧めでない考え方だな！」
生徒Ｂ：「なして？」
先生：「たとえば，
　　　この考え方は，右のような場合には使えない。」
生徒Ｂ：「…うぐ」(-_-;)Shyunn!

求め方(その2)

生徒Ｂの考え方は，非常に論理的に組み立ててあり，
まちがいではないのですが…
生徒Ｂが生徒Ｃを批判したのと同じ論理で「一般性」がありません。
ひけない図形が出てきた所で，行き詰まります。

”独創”は我流にすぎない

これを一人で考えたんだから
”ぱちぱち”で，「独創」といって，持ち上げてはいけません。
袋小路に入る考え方です。
袋の「ねずみ」になると出ることができなくなります。
「独創的な考え方ですね」とほめると「天狗」になります。
いろいろなものになって，自分を失います。
つまり，独創性をなくします。
不思議な循環ですが，
誤謬はどこかで自己矛盾をひきおこすことになっているものです。

「独創」をほめてあげたために伸びなくなった生徒を何人も見てきました。
中学生くらいの「独創」は，おおむね「我流」であるという認識は必要です。
本当の独創など，そうそう出てはたまらんです。
いい考え方は「たたきこむ」，
「たたき込まれうる」生徒だけが，将来創造性を発揮します。
「たたき込まれえない」生徒は…
”はい，それまで”です。

「たたきこまれない」生徒

ぜったいに「たたきこまれない」生徒というのもおります。
分数のたし算を仮分数にしないと気が済まない生徒。
通分にたっぷり時間をかけ，しっかりとまちがえます。
こうした気質，わりと直りません。
たとえば，

$$\frac{5}{7}\times\left(4\frac{7}{13}+2\frac{18}{39}\right)$$

$$=\frac{5}{7}\times\left(\frac{59}{13}+\frac{96}{39}\right)$$

$$=\frac{5}{7}\times\left(\frac{177}{39}+\frac{96}{39}\right)$$

$$=\frac{5}{7}\times\left(\frac{177}{39}+\frac{96}{39}\right)$$

$$=\frac{5}{7}\times\frac{273}{39}$$

$$=\frac{273}{1365}$$

この約分で，たっぷり２０分をかけています。

３で割って，$\frac{91}{455}$ まではいくのですが，ここから先が行けません。

また，どういうわけか，この生徒，答の分母と分子を取り違えています。
通分，約分…
もう，疲れ果て，目がちらちら，
頭の中は，ぱっぱらぱ～！
集中力がなくなっています。

ちなみに，この計算は次のようにします。

$$\frac{5}{7}\times\left(4\frac{7}{13}+2\frac{18}{39}\right)$$

$$=\frac{5}{7}\times\left(4\frac{7}{13}+2\frac{6}{13}\right)$$ ⇒ここから，暗算で　５　と出せます。

$$=\frac{5}{7}\times\left(6\frac{13}{13}\right)$$

$$=\frac{5}{7}\times 7$$

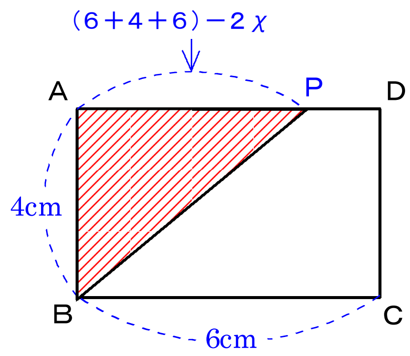
$$=5$$

この計算を示すと，さすがに感動しています。
その日はなっとくして，きちんとこの計算を覚えます。しかし…
１週間経つと，な～んもなかったように，全部仮分数にして通分を始めます。
この生徒，３週続けて同じまちがいをしています。
どうしよう…？
やはり，「はい，それまで…」なのでしょうか？
「すりこみ」は恐ろしいものです。(-_-;)！Hafu!

求め方(その３)…一般
ここが動点問題の”カーネル”です

授業は，終盤へとさしかかります。
生徒Ｂ：「じゃ，どうすればいいの？」
先生：「三角形だから，
　　　三角形の面積をだせばいいの。」
生徒Ｂ：「底辺×高さ÷２？」
先生：「そう。
　　　高さはわかるから，底辺の長さを
　　　χを使って表せばいいわけ。」
生徒Ｂ：「なるへそ！」
先生：「へそ？」
生徒Ｂ：「いいの，いいの，
　　　で，そのへそを…
　　　でないでしょ！

…その底辺をχを用いて表す方法ですが…」
先生：「旅のお話で行きます。
旅の全行程は（６＋４＋６）cmです。
今まで旅してきた距離は２χcmです。
残りの道のりは（１６－２χ）です。
この「残りの道のり」が
△ＡＢＰの底辺になります。
だから，
ｙ＝（１６－２χ）×４÷２＝－４χ＋３２
すなわち，ｙ＝－４χ＋３２となります。」



生徒達：「…」(*_*)？Muhu!
生徒達，すごいのか，すごくないのか判断できないでいます。
拍手がありませんね。
先生：「いいですか，
この残りの道のりをχを使って表すことが，動点問題の”カーネル”です。
しっかりと理解しましょう。」
生徒Ａ：「…ん？
どして，突然，こんなとこで自動車が寝るの？」
先生：「えっ…？」
生徒Ａ：「ｃａｒ，寝る！」
わけわかは，
ほっておきましょ。
神の声：「”わけわか”って，なに？」
もひとりのわけわかも，ほっておきましょ。

先生：「いいですか，
もう一度言います。
動点問題では，第４コーナーをまわったら，
三角形の底辺をχを使って表し，
…χは，「残りの道のり」ですが…
三角形の面積は，公式を使ってχで表すのですよ。」
生徒達：「は～い！」
先生：「…
わかってんのかね！」(-_-;)Muju!
生徒達：「よ～くわかりましたあ，でした。」
先生：「そういうことにしておきましょ。
はい，それでは，きょうの授業はここまで！」

次回は，”第４コーナー”のまとめです。
とにかく，超重要な，かつ応用力のある，かつ動点問題を征服するツールである考え方なので，
ていねいに，ていねいに，そして，ていねいにまとめます。
是非，この解法の技術を覚えてほしいからです。